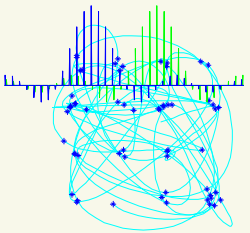
Communications Numériques CN21



1 Introductions.

2. Représentation des signaux Numériques.

1 Signal binaire. Modulation en BdB et sur fréquence porteuse, MAQ.

2 Représentation vectorielle, constellation.

3. Propriétés et Répartition spectrale.

1 Energie moyenne, distance.

2 Densité Spectrale de Puissance (DSP)

4. Récepteur Optimal canal BABG stationnaire.

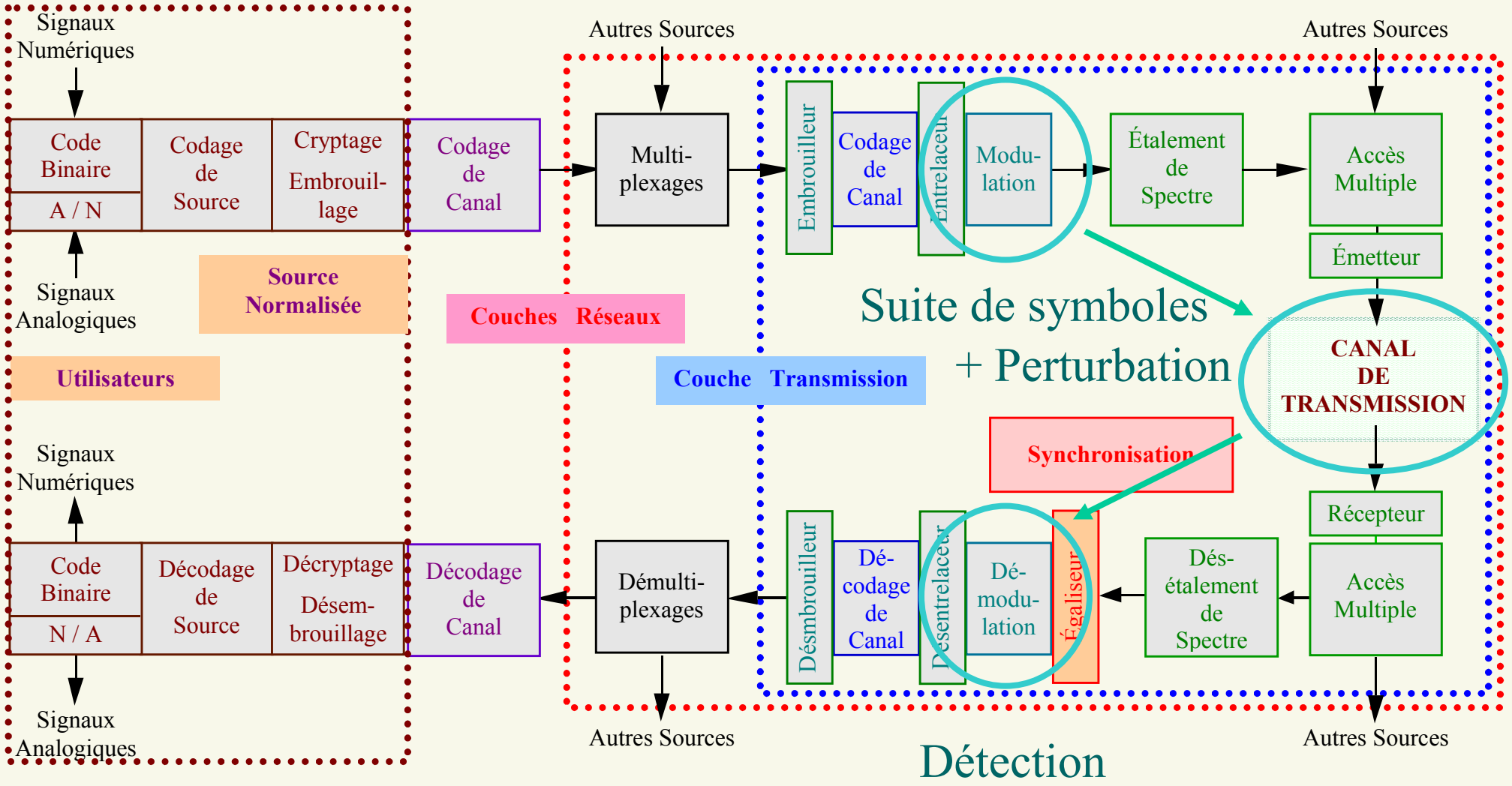
1 Détection au minimum de la probabilité d'erreur.

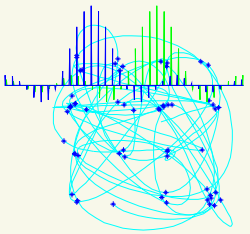
2 Zones et seuils de décisions.

3 Réalisation du récepteur. Filtre adapté.

4 Interférence Entre Symboles(IES). Critère de Nyquist.

Schéma Global d'une Liaison Numérique.





Modèle de Canal :

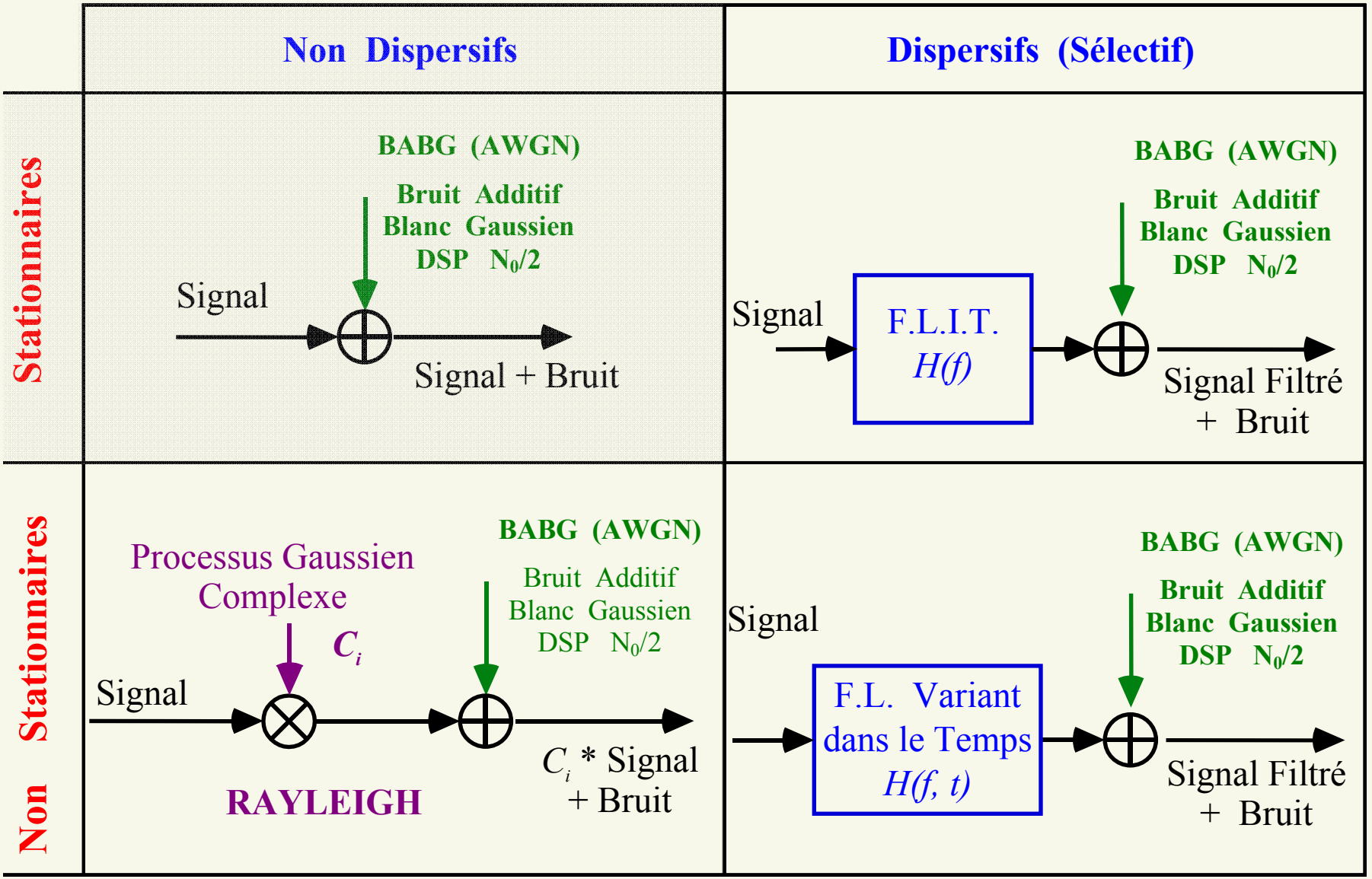
Canal non dispersif à

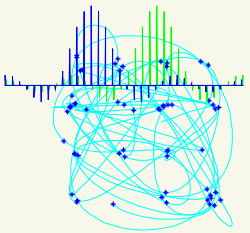
Bruit Additif Blanc Gaussien

BABG

(AWGN)

Modèles de canaux





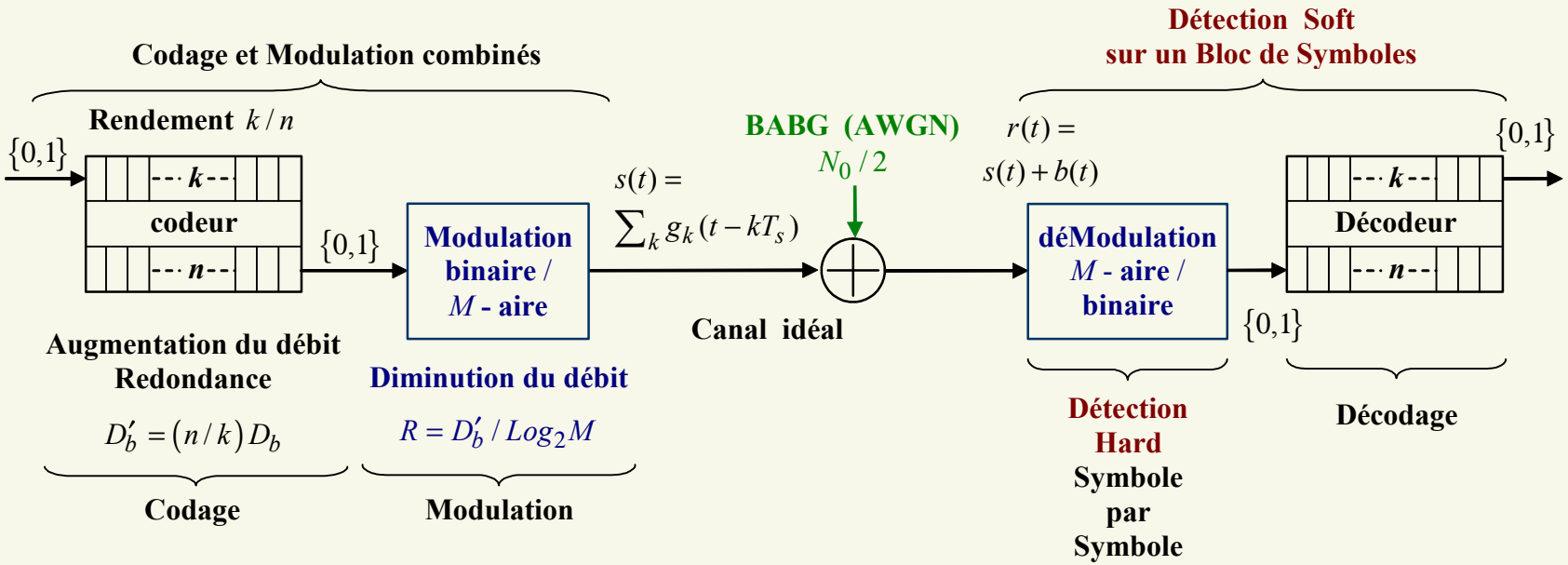
Modulation Sans Mémoire

(Pas de Relations de Codage)

Détection Simple au Récepteur

(Symbole par Symbole)

Modulation avec Mémoire / sans Mémoire



Binaire i.i.d.

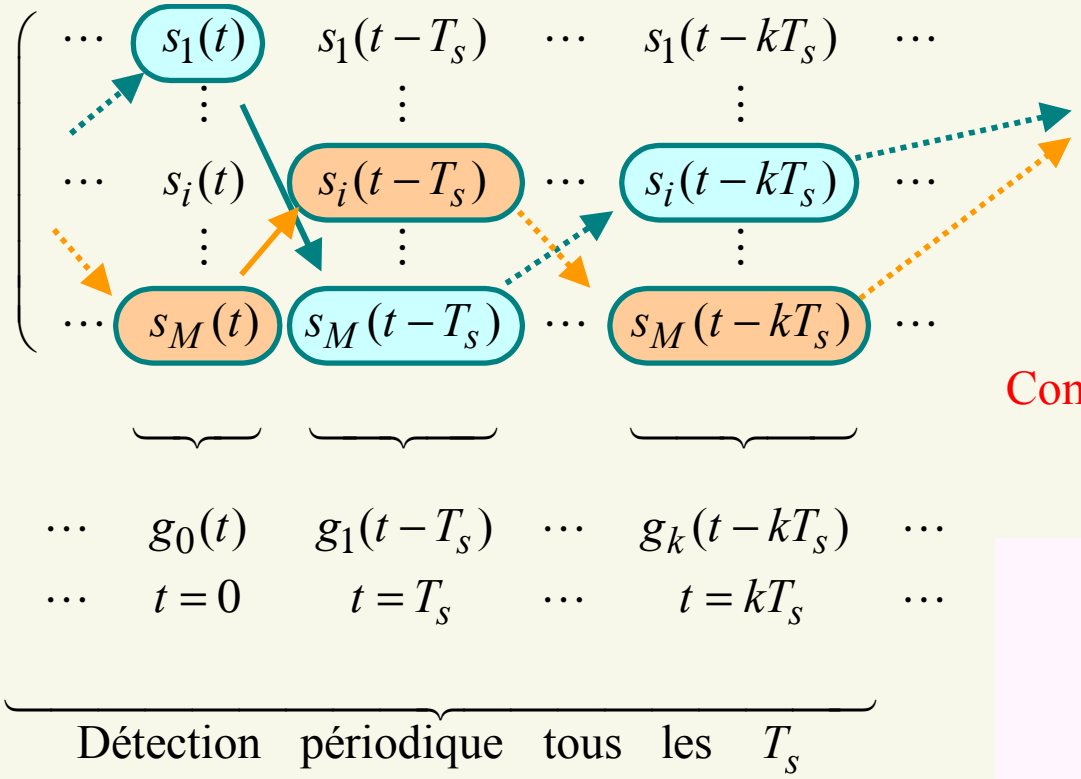
Symboles i.i.d.
si sans Mémoire.

Symboles liés si Codage
Blocs de Symboles i.i.d. si codage en Bloc.

Détection d'une suite de symboles

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g_k(t - kT_s) \qquad \text{et} \qquad g_k(t) \in \{s_1(t), \cdots, s_i(t), \cdots, s_M(t)\}$$

Suites de symboles + **bruit** $\Rightarrow$ détection de la bonne suite.



une réalisation de $s(t)$
une réalisation de $s(t)$

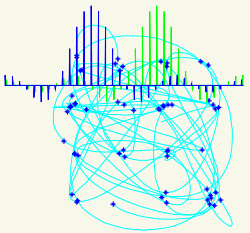
Récepteur

Reçoit une réalisation de $s(t)$
Comparaison de $s(t)$ aux réalisations possibles

$\Rightarrow$ **Choix d'un critère de décision**
Hypothèse la plus probable = MV

Minimum d'erreurs à la restitution
= min(Pr{Err})

Représentation Vectorielle :



Des formes émises $\{s_1(t),\cdots,s_i(t),\cdots,s_M(t)\}$

Base orthonormée (arbitraire) : $\{\varphi_1(t),\cdots,\varphi_i(t),\cdots,\varphi_N(t)\}$ $N \geq M$

Produit scalaire : dans $\mathcal{L}^2$

$$\begin{cases} \left(\varphi_i(t),\varphi_j(t)\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_i(t)\cdot\varphi_j^*(t)\,dt \\ \left(\varphi_i(t),\varphi_i(t)\right)=1 \quad \text{et} \quad \left(\varphi_i(t),\varphi_j(t)\right)=0 \end{cases}$$

Espace vectoriel associé :

(Base de $\mathbb{C}^N$)

$$\begin{cases} \varphi_1(t) \rightarrow (1,0,\ldots,0)^T = \boldsymbol{\varphi}_1 \\ \boldsymbol{\varphi}_i^H \cdot \boldsymbol{\varphi}_i = |\boldsymbol{\varphi}_i|^2 = 1 \quad \text{et} \quad 2\mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{\varphi}_i^H \cdot \boldsymbol{\varphi}_j\right\}=0 \end{cases}$$

Formes émises :

$$\begin{cases} s_1(t) \rightarrow (s_{11}, s_{12}, \ldots, s_{1N})^T = \mathbf{s}_1 \\ \boldsymbol{\varphi}_j^H \cdot \mathbf{s}_1 = s_{1j} = \left(s_1(t),\varphi_j(t)\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t)\cdot\varphi_j^*(t)\,dt \end{cases}$$

$$s_1(t) = \sum_{n=1}^{N} s_{1n}\,\varphi_n(t)$$

Reconstruction possible si l'espace engendré par la base des fonctions contient l'espace des formes.

Représentation Vectorielle :

Des formes émises $\{s_1(t),\cdots,s_i(t),\cdots,s_M(t)\}$

Base orthonormée : $\{\varphi_1(t),\cdots,\varphi_i(t),\cdots,\varphi_N(t)\}$

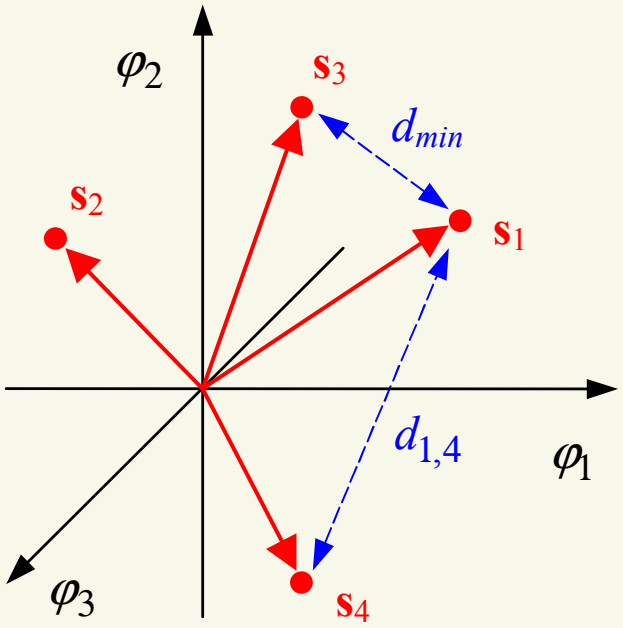
$$s_1(t)=\sum_{n=1}^{N} s_{1n}\,\varphi_n(t)$$

Formes émises :

$$\begin{cases} s_1(t)\rightarrow (s_{11}, s_{12}, \ldots, s_{1N})^T = \mathbf{s}_1 \\ \boldsymbol{\varphi}_j^H \cdot \mathbf{s}_1 = s_{1j} = \left(s_1(t), \varphi_j(t)\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t)\cdot\varphi_j^*(t)\,dt \end{cases}$$

Energie : $$E_i=\int_{-\infty}^{+\infty}\left|s_i(t)\right|^2 dt=\left|\mathbf{s}_i\right|^2$$

Distance : $$d_{ij}^2=\int_{-\infty}^{+\infty}\left|s_i(t)-s_j(t)\right|^2 dt=\left|\mathbf{s}_i-\mathbf{s}_j\right|^2$$

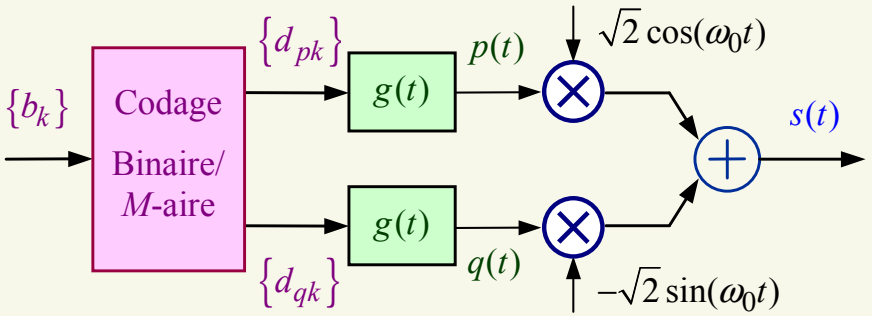


Constellation

Exemple : Modulation d'Amplitude de Deux Porteuses en Quadrature

MAQ-*M*

M-QAM

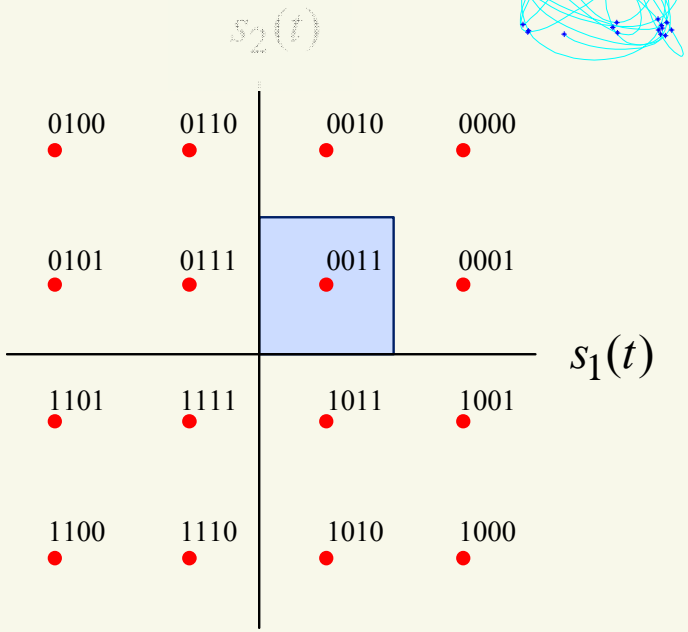


$$s_1(t) = g(t) \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_0 t)$$

$$s_2(t) = g(t) \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_0 t)$$

$$M = 2^N$$

MAQ-16



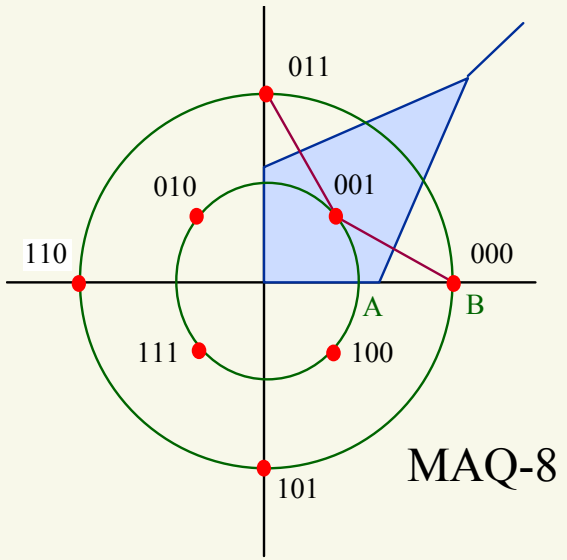
N Pair⇒ MAQ-4, 16, 64, 256, ...

Voie en Phase (MIA) $d_{pk} \in \{\pm 1, \pm 3, \ldots, \pm(\sqrt{M} - 1)\}$

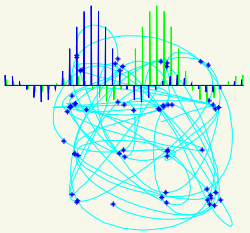
Voie en Quadrature (MIA) $d_{qk} \in \{\pm 1, \pm 3, \ldots, \pm(\sqrt{M} - 1)\}$

N Impair ⇒ MAQ-8, 32, 128, 512, ...

Autres Constellations Croix, Carrés Bords Arrondis …



MAQ-8



Détection d'une suite de Symboles

HYPOTHÈSES

Canal non dispersif à BABG

& Modulation sans mémoire

RÉCEPTEUR

Estimation des rythmes porteuse & code

Estimation des retards et déformations

Détection Symbole par Symbole (simple)

au Minimum de Probabilité d'Erreur

Détection d'un seul symbole (modulation sans mémoire)

$s(t)$

Signal (MIA)

$r(t) = s(t) + b(t)$

Signal + Bruit



Filtre = Séparation en continu
d'un Symbole et Décision tous les ***Ts***

***M* Formes**
***M* Hypothèses**

***M* Zones de Décision**

BABG

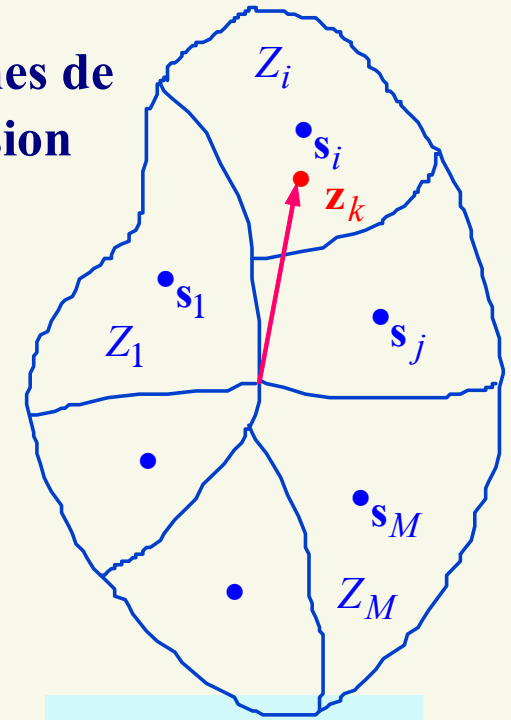
$$r(t) = \sum_k g_k(t - kT_s + \theta) + b(t)$$

$g_k(t) + b_k(t)$

Symbole

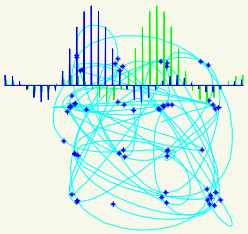
$\mathbf{z}_k = \mathbf{s} + \mathbf{b}$

Observation et Détection tous les *k T s*



Filtrage | **Échantillonnage** | **Décision**

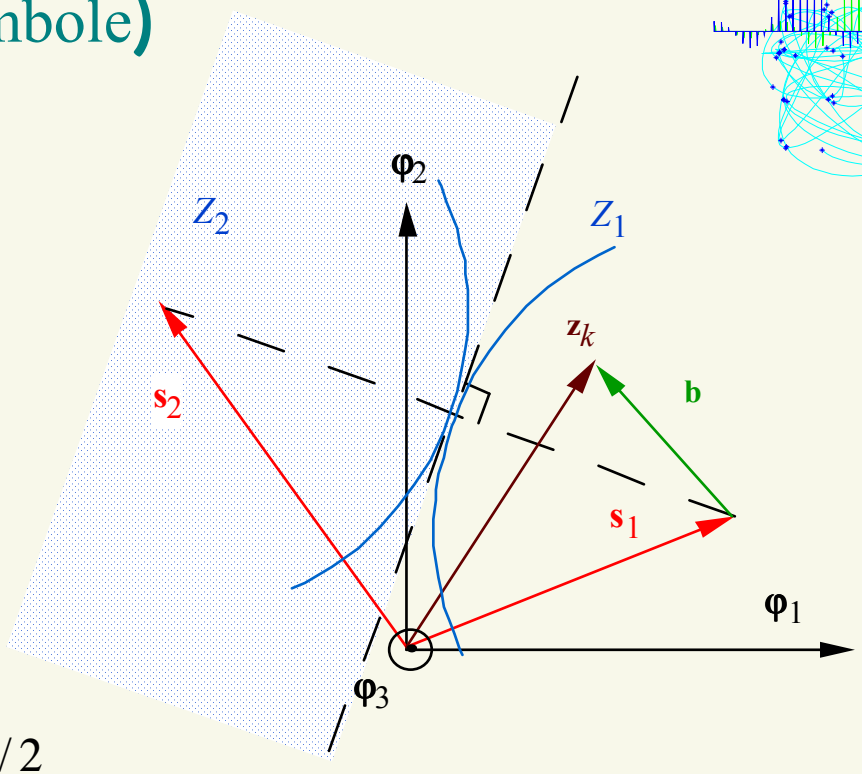
Vecteur de Bruit (Détection d'un symbole)



On reçoit $r(t) = s(t) + b(t)$

On représente le symbole reçu en kTs par

un vecteur $\mathbf{z}_k = \mathbf{s} + \mathbf{b}$



$b(t)$ est un bruit additif blanc gaussien de DSP $N_0/2$

b est Vecteur gaussien de composantes $b_j = \int b(t) \cdot \varphi_j^*(t)\, dt$

$\mathbf{R}_b = E\left\{ \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}^H \right\} = \frac{N_0}{2} \mathbf{I}_N$, les b_j sont des VA gaussiennes centrées de $\sigma_{b_j}^2 = N_0/2$

, composantes indépendantes car PA gaussien et base orthonormée $\mathrm{E}\left(b_i \cdot b_j^*\right) = 0.$

Le bruit est Gaussien $\Rightarrow$ le vecteur $\mathbf{z}_k$ observé est Gaussien

de moyenne $\mathbf{s}_i$ et de matrice de covariances $\mathbf{R}_b = \frac{N_0}{2} \mathbf{I}_N$

Détection au Minimum de Probabilité d'Erreur

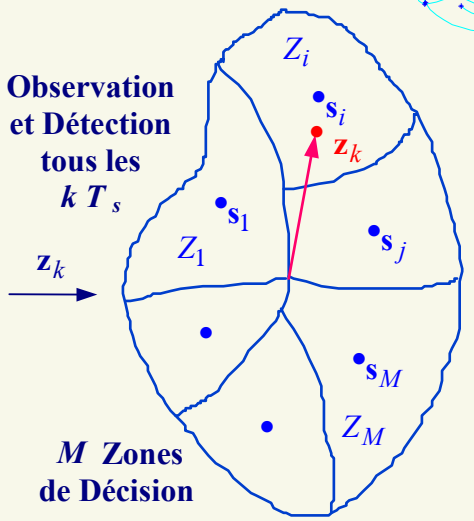
Détection des formes $\{s_1(t),\cdots,s_i(t),\cdots,s_M(t)\}$

$$\Pr\{Err\} = 1 - \Pr\{Dc\}$$

$$\boxed{\min\left(\Pr\{Err\}\right) = \max\left(\Pr\{Dc\}\right)}$$

Détection du symbole (instant kT_s)

M Hypothèses : H_i= {le symbole $g_k(t) = s_i(t)$}



$$\Pr\{Dc\} = \Pr\{Dc \text{ et } (H_1 \text{ ou } H_2 \cdots \text{ ou } H_M)\}$$ Système complet

$$\Pr\{Dc\} = \sum_{i=1}^{M} \Pr\{Dc \text{ et } H_i\} = \sum_{i=1}^{M} \Pr\{Dc / H_i\} \cdot \Pr\{H_i\}$$

$$\Pr\{Dc\} = \sum_{i=1}^{M} \underbrace{\Pr\{(\mathbf{z} \in Z_i) / H_i\}}_{\substack{\text{somme sur } Z_i \\ \text{de la loi de } \mathbf{z}/H_i}} \Pr\{H_i\}$$

$$\Pr\{Dc\} = \sum_{i=1}^{M} \int_{Z_i} p(\mathbf{z}/H_i) \cdot \Pr\{H_i\}$$

$\Pr\{Dc\}$ max si sur chaque Z_i

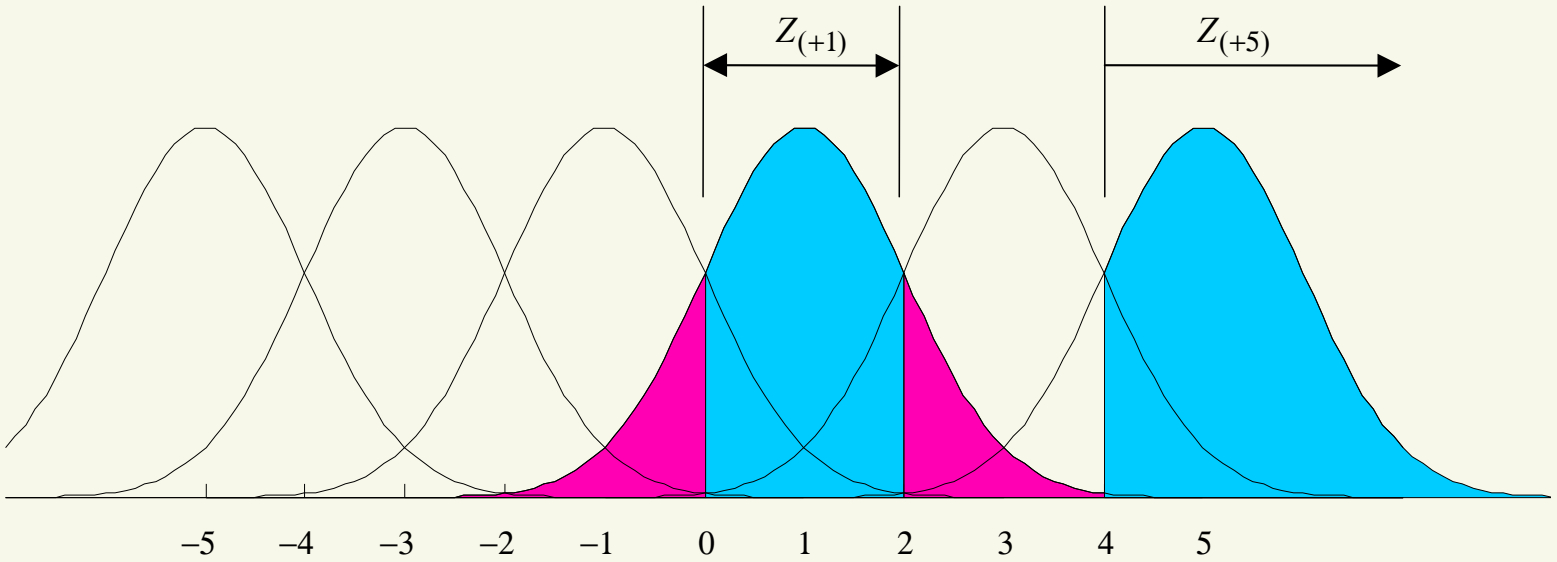
$$\boxed{p(\mathbf{z}/H_i) \cdot \Pr\{H_i\} \underset{\forall j}{\geq} p(\mathbf{z}/H_j) \cdot \Pr\{H_j\}} \quad \Leftrightarrow \quad \Pr\{H_i/\mathbf{z}\} \underset{\forall j}{\geq} \Pr\{H_j/\mathbf{z}\}$$ **Critère MAP**

Exemple critère MAP pour une MIA-6

$$p(\mathbf{z}/H_i)\cdot \Pr\{H_i\} \underset{\forall j}{\geq} p(\mathbf{z}/H_j)\cdot \Pr\{H_j\}$$

$p(\mathbf{z}/H_i)$ loi Gaussienne centrée

Cas M-aire i.i.d. $d_k \in \{\pm 1, \pm 3, \ldots, \pm(2m-1)\}$ **équiprobables**, $M = 2m$



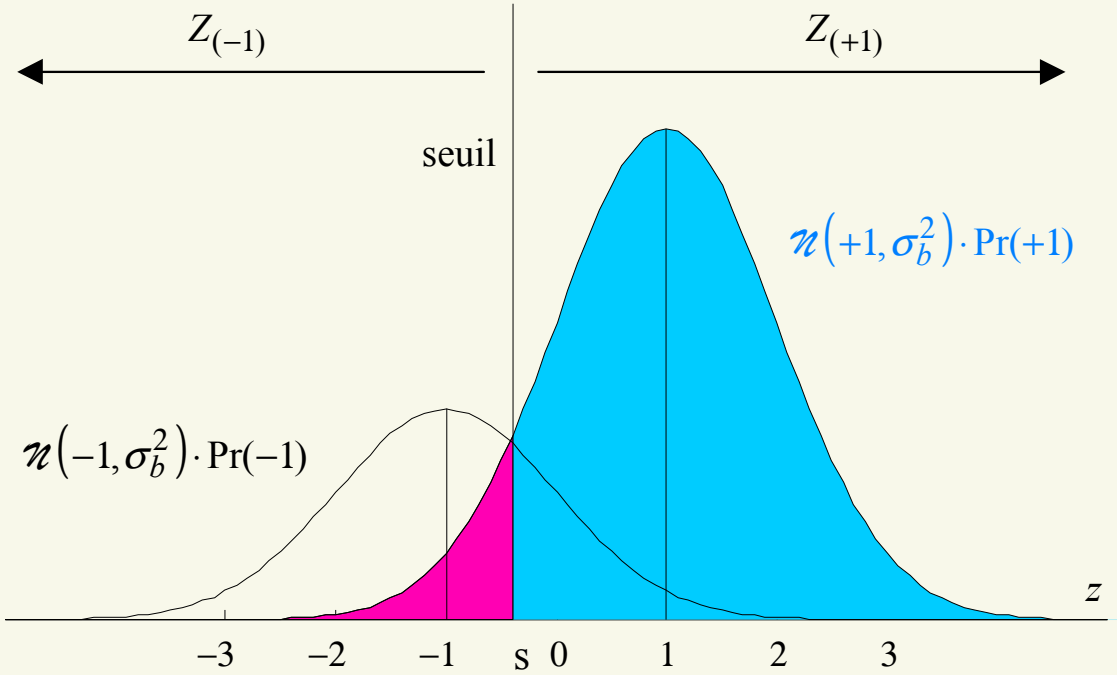
Exemple avec $\sigma^2 = p(0) = 1$ et $M = 6$ $\qquad E_b / N_0 = 6.5$ dB

Exemple critère MAP pour une MIA-2

$$p(\mathbf{z}/H_i)\cdot \Pr\{H_i\} \underset{\forall j}{\geq} p(\mathbf{z}/H_j)\cdot \Pr\{H_j\}$$

$p(\mathbf{z}/H_i)$ loi Gaussienne centrée

Cas Binaire $\{+1,-1\}$ i.i.d. **non équiprobables**



Exemple avec $\sigma^2 = p(0) = 1$ et $M = 2$. $(d_k \in \{-1,+1\},\ \Pr\{-1\} = 0.3, \Pr\{+1\} = 0.7)$

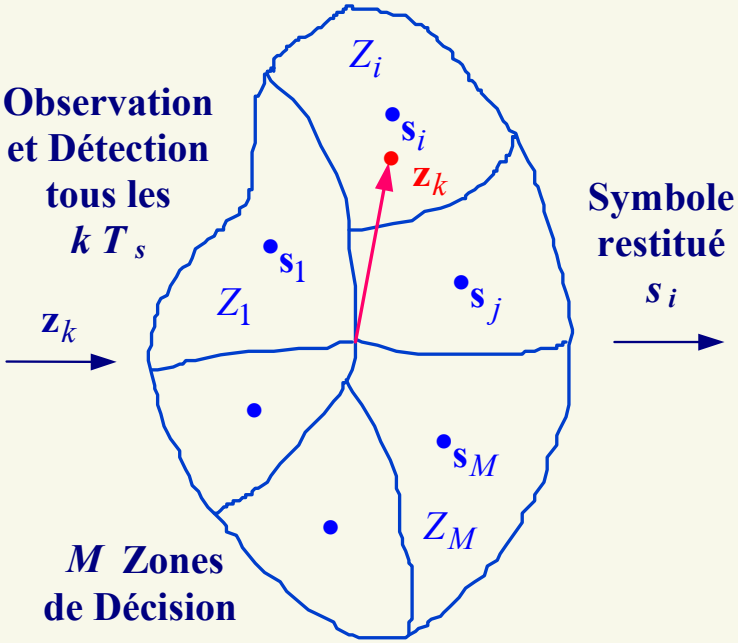
Limites des Zones de Décision (Seuils)

$$\min\left(\Pr\{Err\}\right) = \max\left(\Pr\{Dc\}\right)$$

Détection symbole par symbole
(instant kT_s) $\mathbf{z}_k = \mathbf{z} = \mathbf{s} + \mathbf{b}$

Construction du récepteur : choisir les zones Z_i en conséquence du MAP

$$p(\mathbf{z}/H_i)\cdot\Pr\{H_i\} \underset{\forall j}{\geq} p(\mathbf{z}/H_j)\cdot\Pr\{H_j\}$$



$p(\mathbf{z}/H_i)$ loi Gaussienne centrée sur $\mathbf{s}_i$

$$p(\mathbf{z}/H_i) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}\left|\mathbf{R}_b\right|^{1/2}}\exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z}-\mathbf{s}_i)^H\cdot\mathbf{R}_b^{-1}\cdot(\mathbf{z}-\mathbf{s}_i)\right)$$

$$\mathbf{R}_b = \frac{N_0}{2}\mathbf{I}_N \qquad \mathbf{R}_b^{-1} = \frac{2}{N_0}\mathbf{I}_N$$

$$\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z}-\mathbf{s}_i)^H\cdot\mathbf{R}_b^{-1}\cdot(\mathbf{z}-\mathbf{s}_i)\right) = -\frac{1}{N_0}\left|\mathbf{z}-\mathbf{s}_i\right|^2 = -\frac{1}{N_0}d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_i}$$

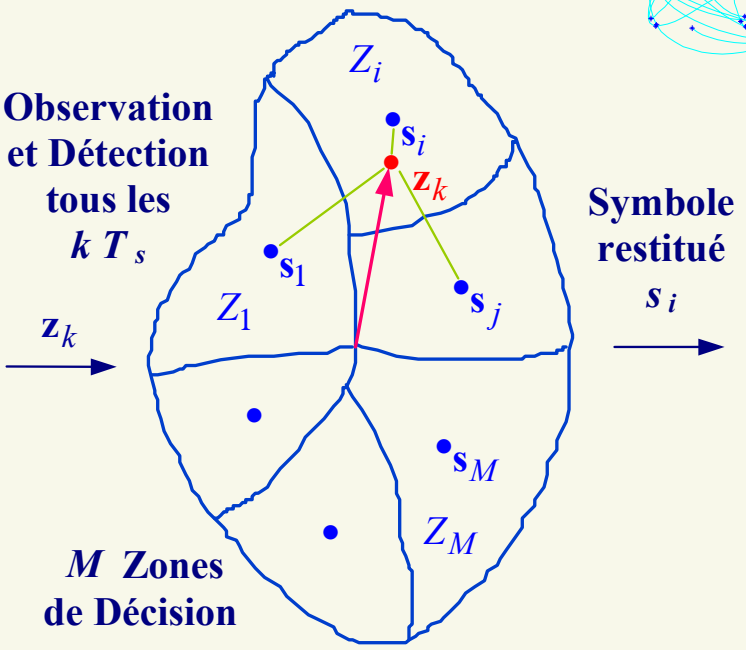
Rapport de Vraisemblance (Likelihood ratio)

$$L = \frac{p(\mathbf{z}/H_i)}{p(\mathbf{z}/H_j)} = \frac{\exp\left(-\frac{1}{N_0}d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_i}\right)}{\exp\left(-\frac{1}{N_0}d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_j}\right)} \underset{Z_i}{>} \frac{\Pr(H_j)}{\Pr(H_i)} \triangleq \frac{p_j}{p_i} \qquad \forall j$$

Limites des Zones de Décision

$p(\mathbf{z}/H_i)$ loi Gaussienne centrée sur $\mathbf{s}_i$

$$L = \frac{p(\mathbf{z}/H_i)}{p(\mathbf{z}/H_j)} = \frac{\exp\left(-\frac{1}{N_0} d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_i}\right)}{\exp\left(-\frac{1}{N_0} d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_j}\right)} \underset{Z_j}{\overset{Z_i}{>}} \frac{\Pr(H_j)}{\Pr(H_i)} \triangleq \frac{p_j}{p_i} \quad \forall j$$



Log Vraisemblance

$$\log(L) = \frac{1}{N_0}\left(-d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_i} + d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_j}\right) \underset{Z_j}{\overset{Z_i}{>}} \log\left(\frac{p_j}{p_i}\right) \quad \forall j$$

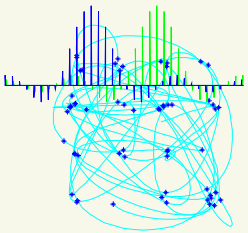
soit $$d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_j} - N_0 \cdot \log\left(\frac{p_j}{p_i}\right) \underset{\forall j}{\overset{Z_i}{>}} d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_i}$$

Z_i ensemble des $\mathbf{z}$ les plus proches de $\mathbf{s}_i$

Z_i telles que $d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_i} = \min_j\left(d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_j}\right)$ si $p_i = p_j = 1/M$

Seuils de séparation = Bissectrices des segments $\left[\mathbf{s}_i\ \mathbf{s}_j\right]$

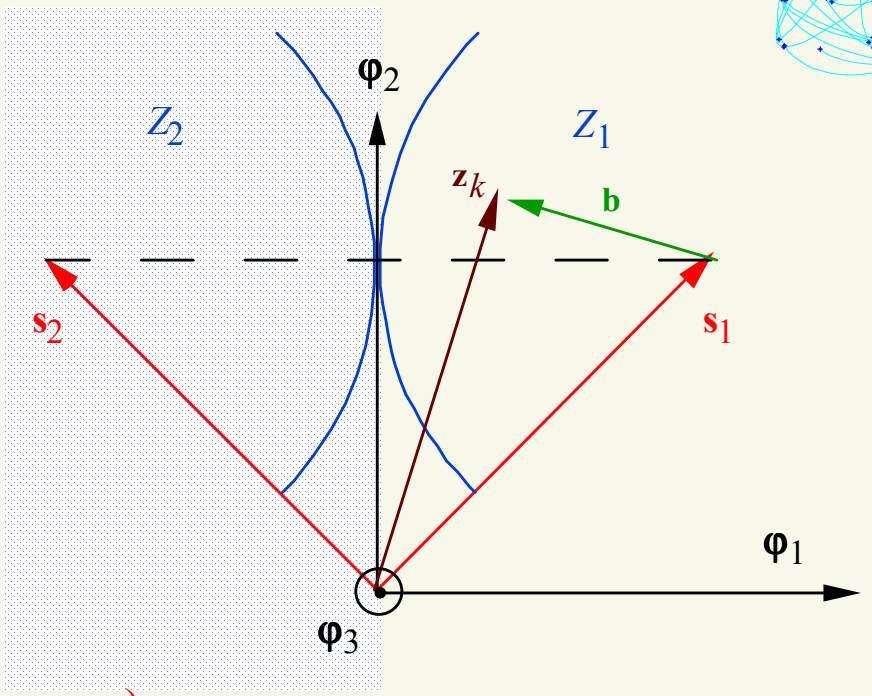
Fonctionnement : si $\mathbf{z} \in Z_i$ $\Rightarrow$ décide symbole n°i .



Exemple : **Cas Binaire 2 formes**

$\{s_1(t), s_2(t)\}$ $\qquad$ $s_1(t) \perp s_2(t)$

base orthonormée $\{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t)\}$



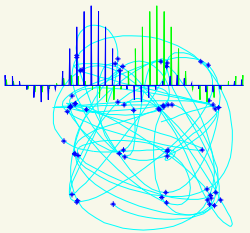
Z_i ensemble des **z** les plus proches de $\mathbf{s}_i$
(ou lieu des plus grandes **projections** de **z** sur la forme $\mathbf{s}_i$)

$$Z_i \text{ telles que } d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_i} = \min_j \left(d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_j} \right) \text{ si } p_i = p_j = 1/M$$

Seuils de séparation = Bissectrices des segments $\left[\mathbf{s}_i\ \mathbf{s}_j\right]$

$$d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_j} - N_0 \cdot \log\left(\frac{p_j}{p_i}\right) \underset{\forall j}{\overset{Z_i}{\geq}} d^2_{\mathbf{z},\mathbf{s}_i}$$

si $p_i \neq p_j \neq 1/M$ cela décale les bissectrices vers le symbole le moins probable



4. Récepteur Optimal canal BABG stationnaire.

1 Détection au minimum de la probabilité d'erreur.
2 Zones et seuils de décisions.
3 Réalisation du récepteur. Filtre adapté.
4 Interférence Entre Symboles(IES). Critère de Nyquist.

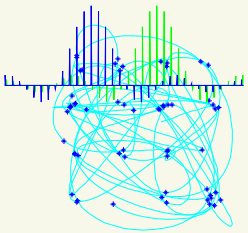
5. Calcul de performance.

1 Taux d'Erreur cas de signaux binaire antipodaux, orthogonaux.
2 Cas M-aire. Borne de l'Union.
3 Canal Mobile et Performances en Diversité.

6. Modulations Numériques sur Fréquence Porteuse.

1 Modulations Linéaires. Modulations de Fréquence.
2 Comparaison des modulations. Efficacité / performance.
3 OFDM. Etalement de spectre. Multiplexage

Réalisation du Récepteur Optimal



Fonctionnement : si $\mathbf{z} \in Z_i \Rightarrow$ décide symbole n°i.

Z_i ensemble des **z** les plus proches de $\mathbf{s}_i$
ou lieu des plus grandes **projections** de **z** sur la forme $\mathbf{s}_i$ (produit scalaire)

un Produit Scalaire

$$\langle \mathbf{z}_k, \mathbf{s}_i \rangle = r_i = \int_{-\infty}^{+\infty} z_k(t) \cdot s_i^*(t)\, dt$$

soit

un Produit de Convolution

donc

un Filtre Linéaire

Temporellement pour un signal continu

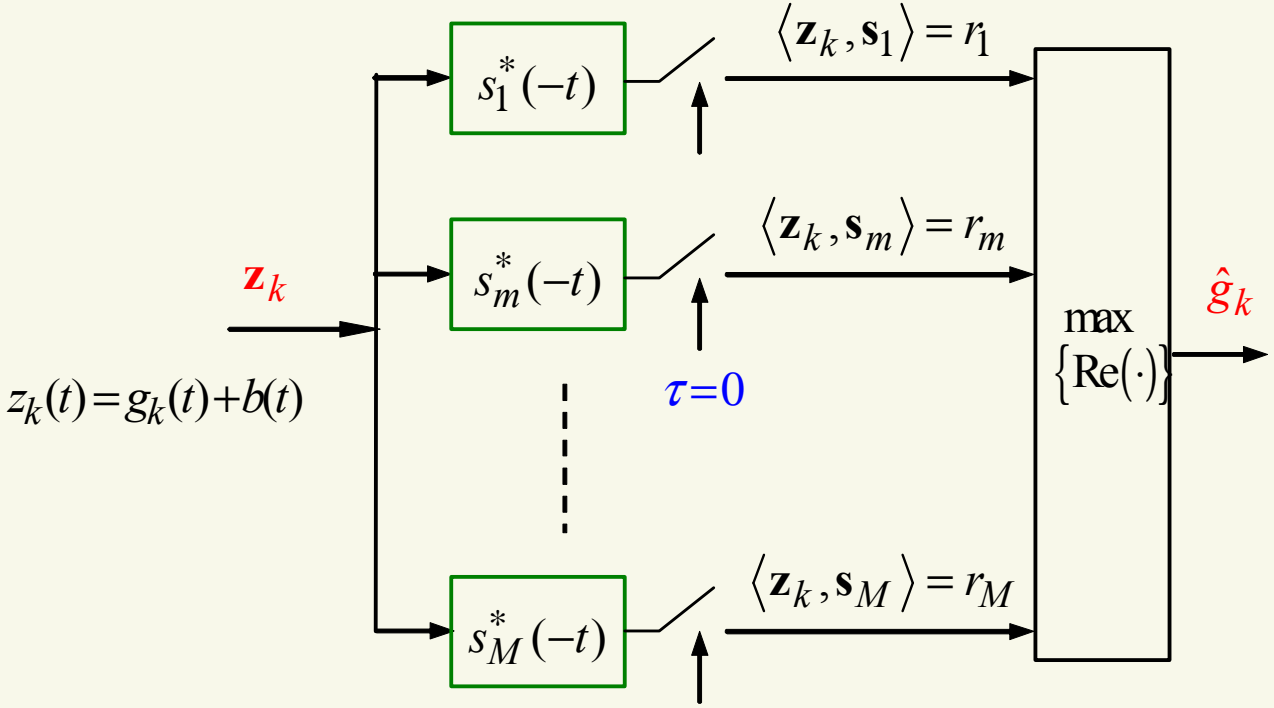
$$r_i(\tau) = z_k(t) * s_i^*(-t)\Big|_{\tau} = \int_{-\infty}^{+\infty} z_k(t) \cdot s_i^*(t-\tau)\, dt$$

+ échantillonnage en zéro

Structure du Récepteur Optimal BABG pour un Symbole *M*-aire isolé

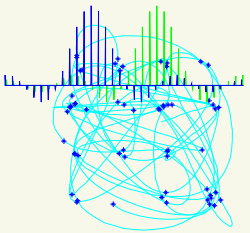
$$\langle \mathbf{z}_k, \mathbf{s}_m \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} z_k(t) \cdot s_m^*(t)\, dt = z_k(t) * s_m^*(-t)\Big|_{\tau=0} = r_m(0)$$

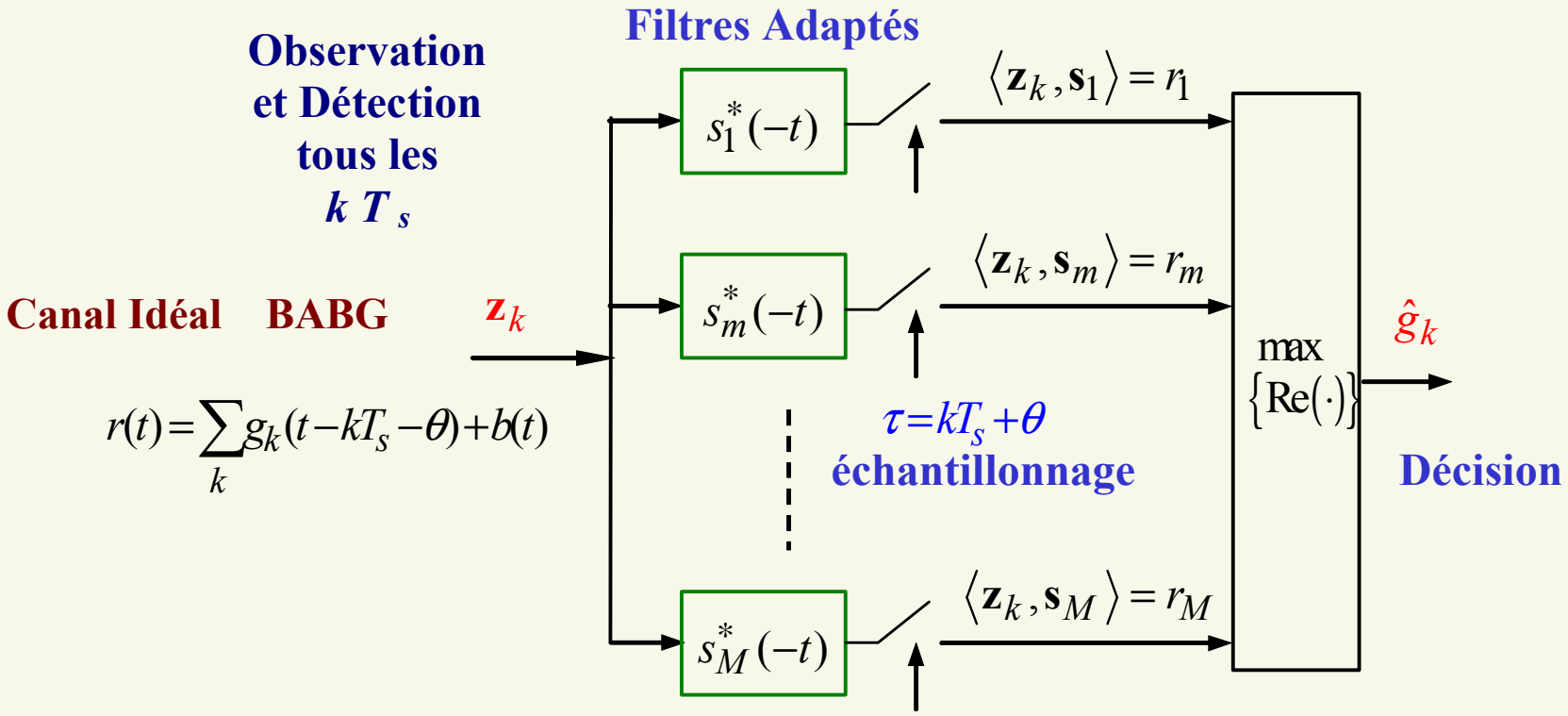
= filtrage linéaire + échantillonnage en zéro (répété tous les *Ts*)



On dit que le **filtre** $s_m^*(-t)$ est **adapté à la forme** $s_m(t)$

Structure du Récepteur Optimal BABG. Suite des Symboles.





θ est un retard à estimer.

Le signal reçu *r(t)* est la suite continue des symboles émis plus du bruit.

✳ Un échantillonnage bien estimé donne les projections symbole après symbole.

PB : Les formes des symboles successifs ne doivent pas interférer lors de l'échantillonnage.

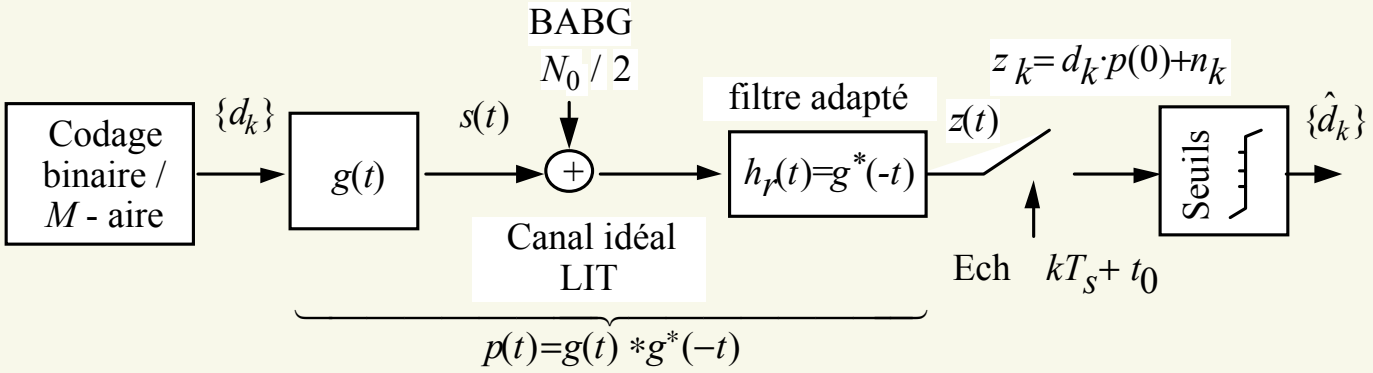
Cas du NRZ, du RZ50%. Ce n'est pas le cas des impulsions dont la DSP est limitée.

Chaîne optimale en BABG pour la MIA-*M*.

$$s(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_k \cdot g(t-kT_s)\ ;\quad d_k \in\{\pm 1,\pm 3,\cdots,\pm(M-1)\}$$

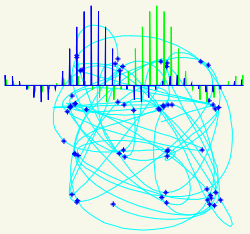
Une seule forme $g(t)$ $\Rightarrow$ une seule dimension $\Rightarrow$ un seul filtre adapté $g^*(-t)$

+ Détection de l'amplitude d_k.



Une seule forme mais les symboles successifs

ne doivent pas interférer à l'échantillonage.



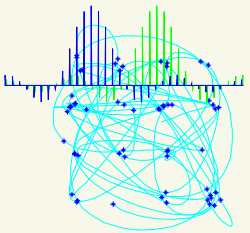
Interférence Entre Symboles
Critère de Nyquist

IES
Des symboles qui se perturbent

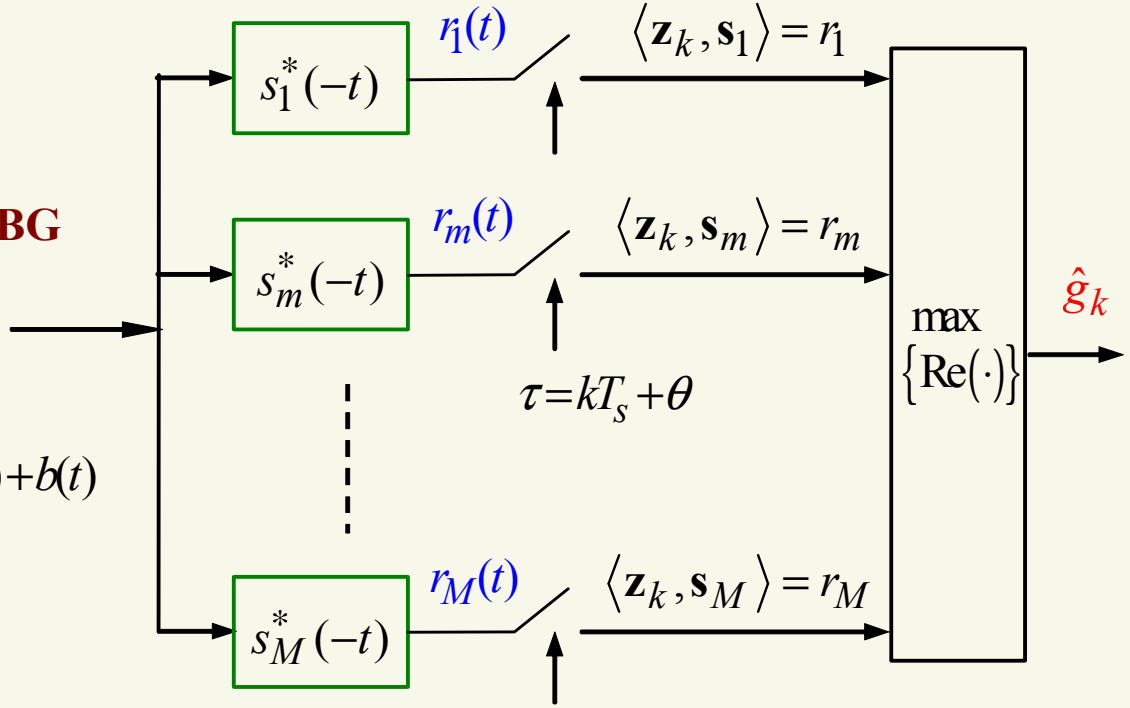
à éviter !

Interférence entre symbole. Pour canal à bande limité.

(Signal à bande limitée = Impulsion Temporelle Longue)



Canal Limité BABG

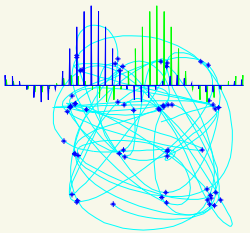


$$r(t) = s(t - t_0) + b(t) = \sum_k g_k(t - kT_s - t_0) + b(t)$$

$$r_m(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\sum_k g_k(t - kT_s - t_0) \right) \cdot s_m^*(t - \tau)\, dt + \int_{-\infty}^{+\infty} b(t) \cdot s_m^*(t - \tau)\, dt$$

$$r_m(\tau) = \sum_k R_{g_k s_m}(\tau - kT_s - t_0) + R_{b s_m}(\tau)$$ Intercorrélations.

Interférence entre symbole (IES / ISI).



Signal à bande limitée. **Pour canal à bande limité.**

$$r_m(\tau) = \sum_k R_{g_k s_m}(\tau - kT_s - t_0) + R_{bs_m}(\tau)$$ Intercorrélations.

Échantillonnage en $\tau = kT_s + t_0$ ($\theta = t_0$ bien estimé)

$$r_m = r_m(kT_s + t_0) = \underbrace{R_{g_k s_m}(0)}_{\text{symbole recherché}} + \underbrace{\sum_{l \neq k} R_{g_l s_m}\left((k-l)T_s\right)}_{\text{IES}} + \underbrace{R_{bs_m}(kT_s + t_0)}_{b_{km}}$$

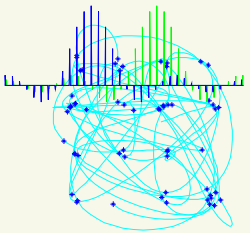
$R_{g_k s_m}(0) = |\mathbf{s}_m|^2 = E_m$ si $g_k(t) = s_m(t)$

$R_{g_k s_m}(0) = \langle \mathbf{s}_j, \mathbf{s}_m \rangle$ si $g_k(t) = s_j(t)$. $R_{g_k s_m}(0) = 0$ si signaux orthogonaux

b_{km} est V.A. $\mathcal{N}\left(0, \sigma_m^2\right)$

l'IES des formes reçues est annulée par construction à l'émission.

Annulation de l'IES des formes émises (Canal à bande limitée).



$$r_m = r_m(kT_s + t_0) = \underbrace{R_{g_k s_m}(0)}_{\substack{\text{symbole} \\ \text{recherché}}} + \underbrace{\sum_{l \neq k} R_{g_l s_m}\left((k-l)T_s\right)}_{\text{IES}} + \underbrace{R_{bs_m}(kT_s + t_0)}_{b_{km}}$$

On veut $\sum_{l \neq k} R_{g_l s_m}\left((k-l)T_s\right) = 0 \qquad \forall m, \qquad \forall g_l(t) \in \{s_i(t)\}$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{\sum_{n \neq 0} R_{s_i s_j}(nT_s) = 0} \qquad \Rightarrow \qquad R_{s_i s_j}(\tau) \cdot \text{Ш}_{T_s}(\tau) = R_{s_i s_j}(0) \cdot \delta(\tau)$$

par transformée de Fourier

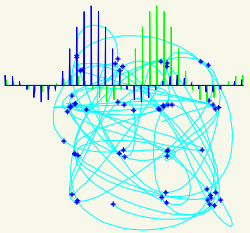
$$\Rightarrow \qquad \boxed{S_i(f) \cdot S_j^*(f) * \text{Ш}_{\frac{1}{T_s}}(f) = T_s \cdot R_{s_i s_j}(0) = cste} \qquad \text{périodisé.}$$

Cas de la MIA (PAM)

$s_i(t) = \alpha_i \cdot g(t)$ une seule forme

Critère de Nyquist

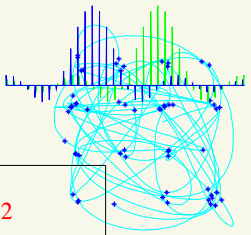
$$\boxed{R_g(kT_s) \underset{\forall k \neq 0}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad |G(f)|^2 * \text{Ш}_{\frac{1}{T_s}}(f) \underset{i \neq j}{=} T_s \cdot R_g(0) = cste.}$$



Cosinus Surélevé

Une forme de filtre facile à réaliser qui vérifie le critère de Nyquist de non IES

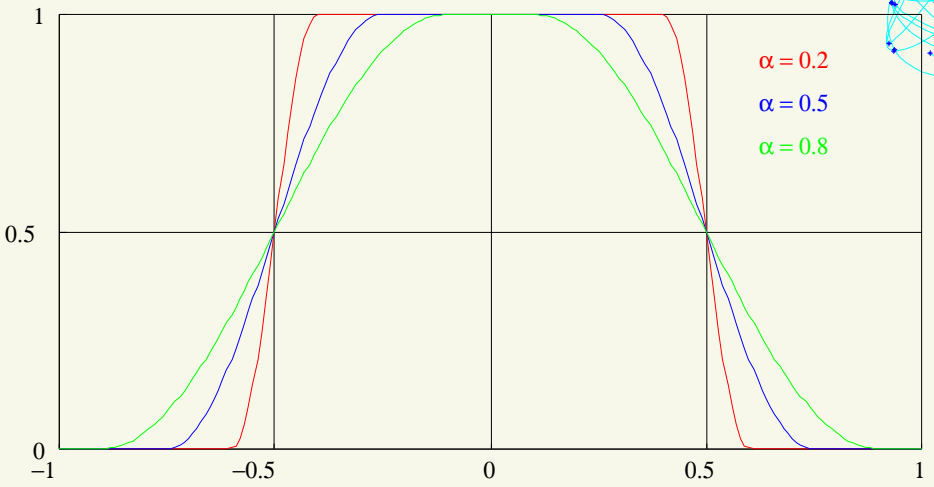
Filtre de Nyquist en Cosinus Surélevé.



Fonction de Transfert du Cosinus Surélevé.

$$|G(f)|^2 =$$

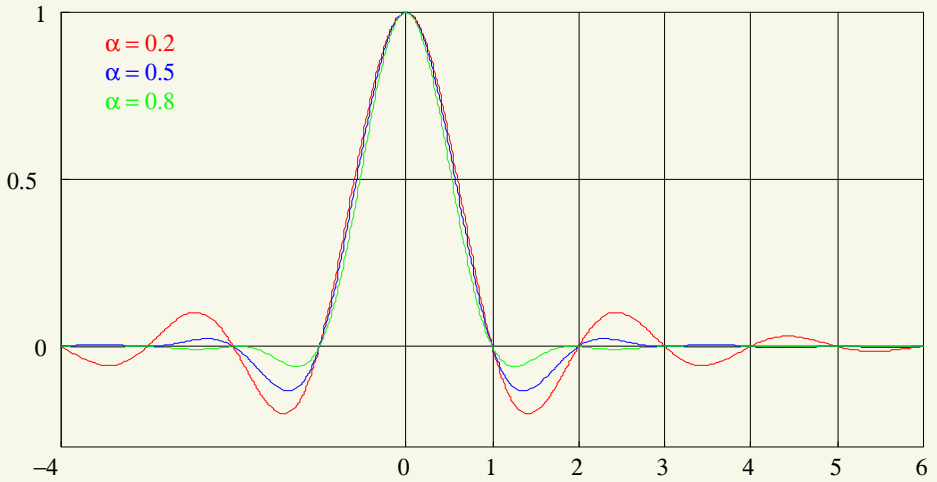
$$P(f) = \begin{cases} p(0)\cdot T & \text{pour} \quad |f| < \dfrac{1-\alpha}{2T} \\ 0 & \text{pour} \quad \dfrac{1+\alpha}{2T} < |f| \\ \dfrac{p(0)\cdot T}{2}\cdot\left\{1+\cos\left(\dfrac{\pi T}{\alpha}\cdot\left(|f|-\dfrac{1-\alpha}{2T}\right)\right)\right\} & \text{pour} \quad \dfrac{1-\alpha}{2T} < |f| < \dfrac{1+\alpha}{2T} \end{cases}$$



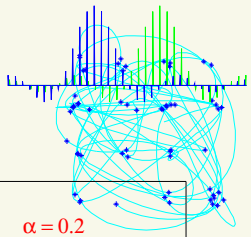
Réponse Impulsionnelle du Cosinus Surélevé.

$$R_g(t) =$$

$$p(t) = p(0)\cdot\frac{\sin\left(\dfrac{\pi t}{T}\right)}{\dfrac{\pi t}{T}}\cdot\frac{\cos\left(\dfrac{\pi\alpha t}{T}\right)}{1-\left(\dfrac{2\alpha t}{T}\right)^2}$$

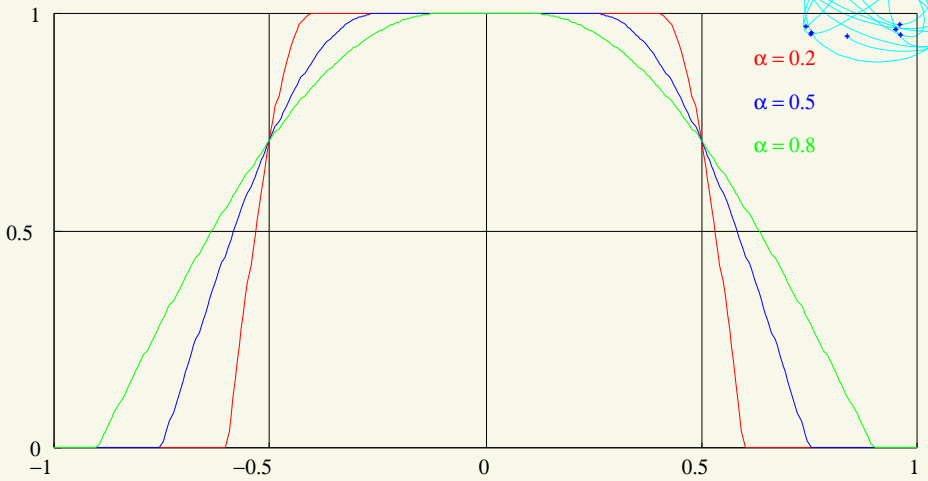


Filtre en Racine de Cosinus Surélevé.



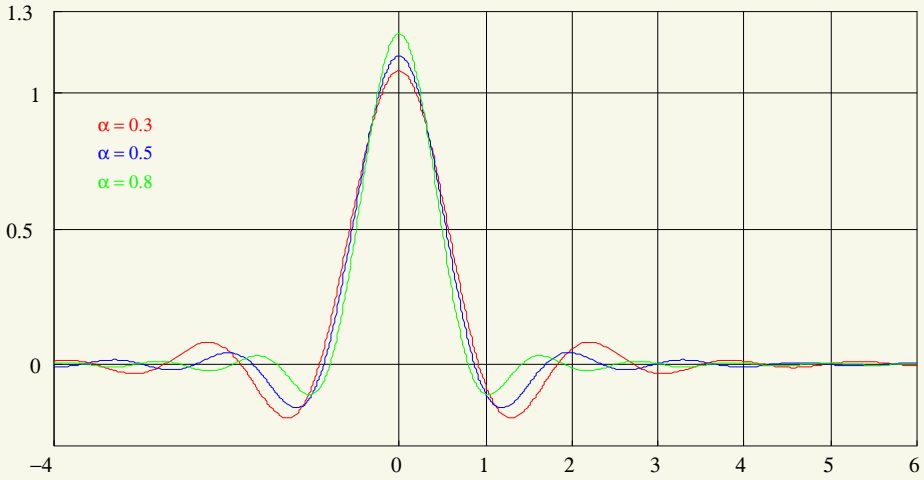
Fonction de Transfert.

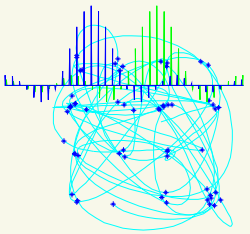
$$G(f)=\sqrt{|P(f)|}=\begin{cases}\sqrt{p(0)T} & \text{pour} \quad |f|<\dfrac{1-\alpha}{2T}\\ 0 & \text{pour} \quad |f|>\dfrac{1+\alpha}{2T}\\ \sqrt{p(0)T}\cdot\cos\left(\dfrac{\pi T}{2\alpha}\cdot\left(|f|-\dfrac{1-\alpha}{2T}\right)\right) & \text{pour} \quad \dfrac{1-\alpha}{2T}<|f|<\dfrac{1+\alpha}{2T}\end{cases}$$



Réponse Impulsionnelle.

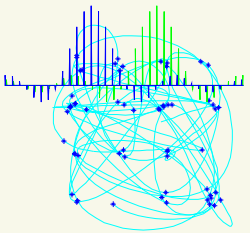
$$g(t)=\sqrt{p(0)}\cdot 4\alpha\cdot\frac{cos\left((1+\alpha)\dfrac{\pi t}{T}\right)+\left(\dfrac{T}{4\alpha t}\right)\cdot sin\left((1-\alpha)\dfrac{\pi t}{T}\right)}{\pi\sqrt{T}\left(1-\left(\dfrac{4\alpha t}{T}\right)^2\right)}$$





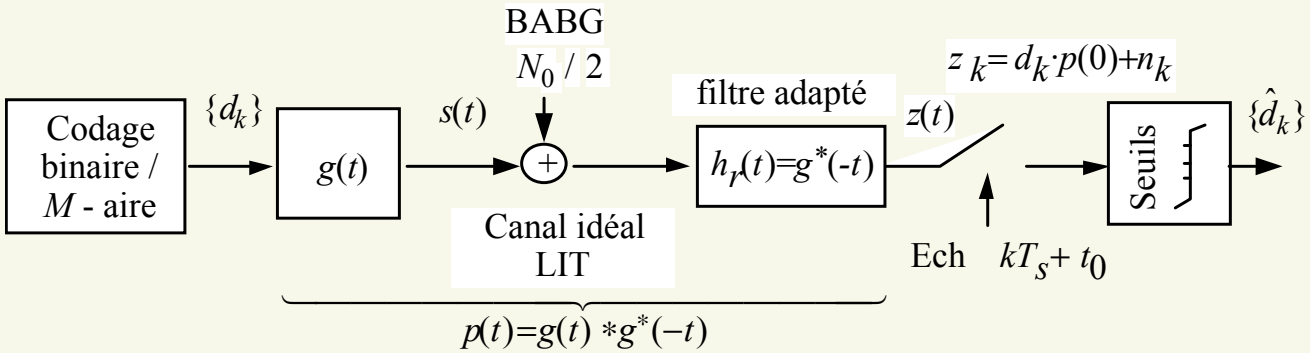
En résumé :
Structures possibles du Récepteur Optimal

▷ Canal Stationnaire, Non Dispersif , avec BABG



Une Forme *M* Niveaux $d_k \in \{\pm 1, \pm 3, \cdots, \pm (M-1)\}$. **MIA (PAM)**

Observation scalaire $z = d_k \cdot p(0) + n$

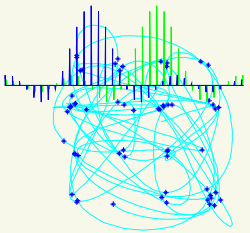


$p(t)$ vérifie Nyquist

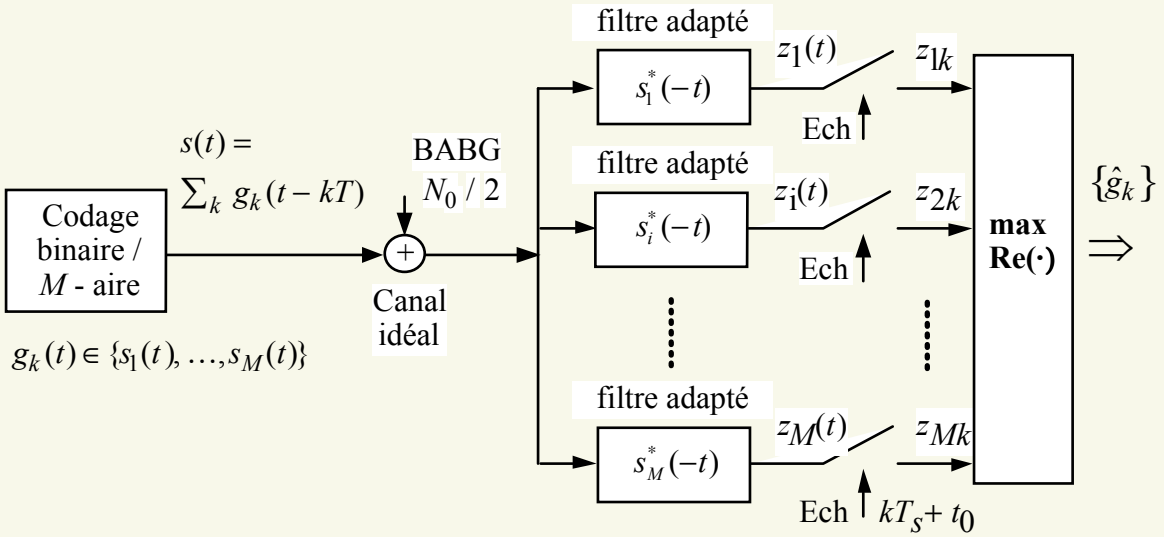
$$\sum_k P(f - kD_s) = T_s \cdot p(0) \quad \Leftrightarrow \quad p(kT_s) = 0, \forall k \neq 0$$

$$\underbrace{P(f) = |G(f)|^2 e^{-j2\pi f\theta}}_{\text{réalisable}} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{|G(f)| = |H_R(f)| = \sqrt{|P(f)|}}_{\text{Racine de Nyquist}}$$

▷ Canal Stationnaire, Non Dispersif , avec BABG



M formes

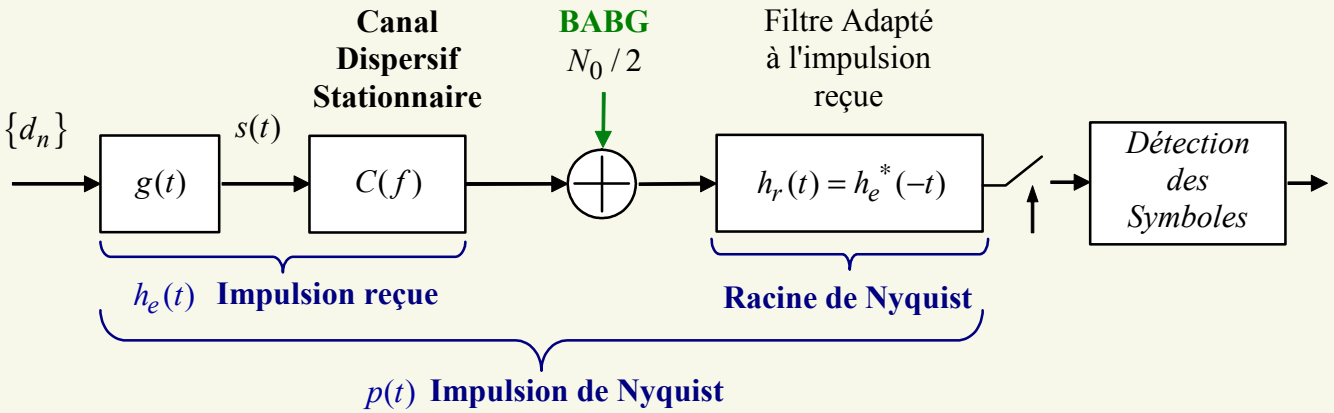


Filtres Adaptés aux impulsions Reçues

Observation Vecteur Gaussien $\mathbf{z}_k = \mathbf{s}_k + \mathbf{b}_k$ et $\mathbf{s}_k \in \{\mathbf{s}_1, \cdots, \mathbf{s}_M\}$

$s_i(t) * s_j^*(-t)$ vérifient Nyquist $\forall i, j$

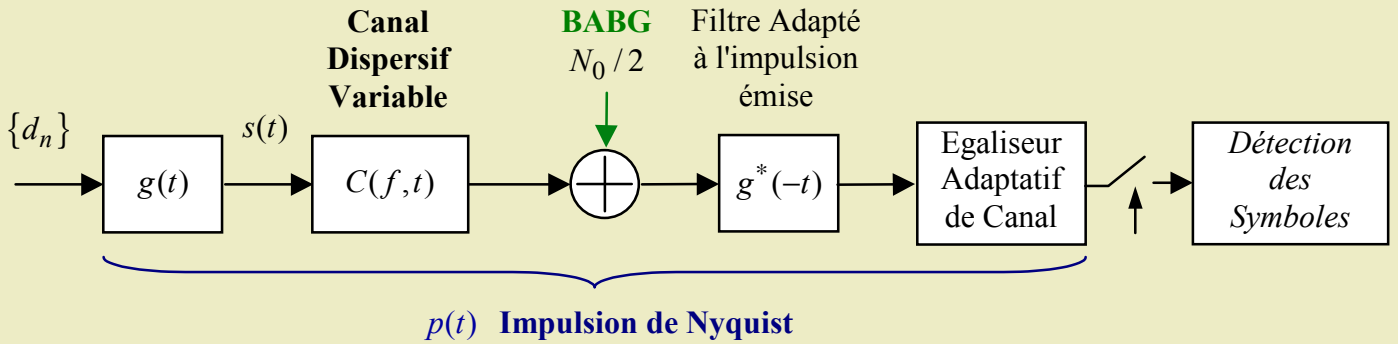
▷ Canal Stationnaire, Dispersif , avec BABG

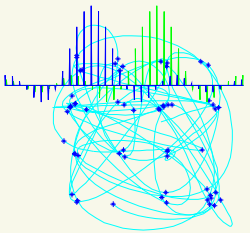


$$P(f) = N_y(f) = H_e(f) \cdot H_r(f) = |H_e(f)|^2 \qquad C(f) \text{ estimée connue}$$

Racine de Nyquist $\quad |H_e(f)| = \sqrt{|N_y(f)|} = |G(f) \cdot C(f)| \qquad |G(f)| = \dfrac{\sqrt{|N_y(f)|}}{|C(f)|}$

▷ Canal Non Stationnaire, Dispersif, avec BABG





4. Récepteur Optimal canal BABG stationnaire.

1 Détection au minimum de la probabilité d'erreur.
2 Zones et seuils de décisions.
3 Réalisation du récepteur. Filtre adapté.
4 Interférence Entre Symboles(IES). Critère de Nyquist.

5. Calcul de performance.

1 Taux d'Erreur cas de signaux binaire antipodaux, orthogonaux.
2 Cas M-aire. Borne de l'Union.
3 Canal Mobile et Performances en Diversité.

6. Modulations Numériques sur Fréquence Porteuse.

1 Modulations Linéaires. Modulations de Fréquence.
2 Comparaison des modulations. Efficacité / performance.
3 OFDM. Etalement de spectre. Multiplexage