CORRIGE du Contrôle 2 CN21 2006/2007

Exercices :

11. Calculer la DSP d'un code binaire NRZ $\{\pm 1\}$ (suite binaire iid de probabilités p et $1-p$).

La suite est stationnaire à états successifs indépendants (iid), la formule de Bennett s'applique.

La forme émise est toujours la même NRZ : $g(t) = A\Pi_{T_s}(t)$; $G(f) = AT_s \mathrm{sinc}(\pi f T_s)$.

La moyenne de la suite binaire est $m_b = 2p-1$ et la variance $\sigma_b^2 = 1-(2p-1)^2$

$$S_x(f) = A^2 T_s \mathrm{sinc}^2(\pi f T_s) \cdot \left\{ 4p(1-p) + \frac{(2p-1)^2}{T_s} \cdot \text{Ш}_{\frac{1}{T_s}}(f) \right\}$$

12. Montrez que le signal du 11) vérifie le critère de Nyquist.

Après le filtre adapté à $g(t)$, l'impulsion est $p(t) = g(t) * g(-t) = A^2 T_s \Lambda_{2T_s}(t)$ qui s'annule tous les multiples de T_s.

13. Déterminer l'efficacité spectrale d'un MAQ-64 filtrée par un filtre en cosinus surélevé ?

La DSP d'un signal en cosinus surélevé à une largeur de bande de $B = D_s(1+\alpha)$ où α est le facteur de débordement. Pour une MAQ-64 nous avons $D_s = D_b / \log_2 64$.

L'efficacité spectrale est : $\eta = \frac{D_b}{B} = \frac{6}{1+\alpha}$.

14. Calculer l'intégrale $I = \int_0^{+\infty} Q\left(\sqrt{\frac{x}{a}}\right) \exp(-x) dx$ avec $Q(x) = \int_x^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$

Posons $ay^2 = x$, $2aydy = dx$; $I = \int_0^{+\infty} Q(y) \exp(-ay^2) 2aydy$

Par parties : $\frac{dQ(y)}{dy} = \frac{-1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)$, $\frac{d\exp(-ay^2)}{dy} = -\exp(-ay^2) 2ay$

$$I = \frac{1}{2} - \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}(1+2a)\right) dy = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+2a}}\right)$$

15. Dessiner la constellation du signal numérique $x(t)$, préciser les fonctions de base et les amplitudes des points :

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} A\sqrt{2}\cos\left(2\pi f_0 t+\phi_k\right)\Pi_{T_s}(t-kT_s),\quad \phi_k\in\left\{n\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{8}\right\},\ n=1,2,\ldots,8.$$

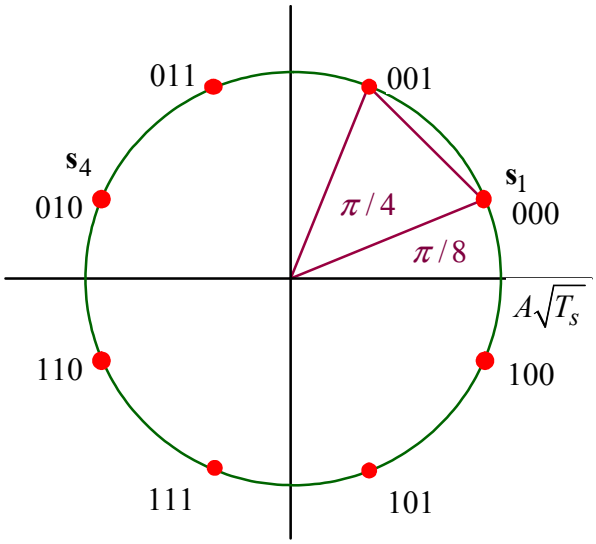
Il s'agit d'une modulation de phase que l'on représente en deux dimensions sur les vecteurs de base :

$$\varphi_1(t)=\sqrt{2}\cos\left(2\pi f_0 t\right)\frac{\Pi_{T_s}(t)}{\sqrt{T_s}};\ \varphi_1(t)=-\sqrt{2}\sin\left(2\pi f_0 t\right)\frac{\Pi_{T_s}(t)}{\sqrt{T_s}}\ \text{ avec }\ f_0=mD_s\ \text{ ou }\ f_0\gg D_s.$$

Les composantes sont alors :

$$s_{n,1}=\left\langle s_n(t),\varphi_1(t)\right\rangle=\int A\sqrt{2}\cos\left(2\pi f_0 t+\phi_k\right)\sqrt{2}\cos\left(2\pi f_0 t\right)\frac{\Pi_{T_s}(t)}{\sqrt{T_s}}dt=A\sqrt{T_s}\cos\left(\phi_k\right)$$

$$s_{n,1}=\left\langle s_n(t),\varphi_2(t)\right\rangle=-\int A\sqrt{2}\cos\left(2\pi f_0 t+\phi_k\right)\sqrt{2}\sin\left(2\pi f_0 t\right)\frac{\Pi_{T_s}(t)}{\sqrt{T_s}}dt=A\sqrt{T_s}\sin\left(\phi_k\right)$$



16. Donner l'équivalent BdB de $x(t)$.

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} A\sqrt{2}\left(\cos\left(\phi_k\right)\cos\left(2\pi f_0 t\right)-\sin\left(\phi_k\right)\sin\left(2\pi f_0 t\right)\right)\Pi_{T_s}(t-kT_s)$$

$$\alpha_x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} A\left(\cos\left(\phi_k\right)+j\sin\left(\phi_k\right)\right)\Pi_{T_s}(t-kT_s)$$