Institut National des Télécommunications 23 mai 2002

MO21 — contrôle de connaissances écrit

Durée : 1h30 mn Tous documents distribués en cours autorisés

Exercice 1 : programmation linéaire

On veut maximiser la fonction

$$f: \ \Re \times \Re \rightarrow \Re$$

$$(x_1, x_2) \rightarrow \ z \ = \ 3\,x_1 \ - x_2$$

sous les contraintes

$$\begin{array}{rcl} 2\,x_1 - \ 3\,x_2 & \leq & -4 \\ 4\,x_1 + \ x_2 & \geq & 20 \\ x_1 + \ 2\,x_2 & \leq & 26 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} x_1 & \geq & 0 \\ x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

1.1 Utiliser la méthode du simplexe. Mettre le problème sous forme standard et effectuer une étape de normalisation-réduction. Interpréter le résultat obtenu à la fin de l'étape. *(7/20, barème indicatif)*

1.2 On ajoute au système de contraintes précédent la contrainte ci-dessous :

$$x_1 + \ x_2 \ \leq \ 1$$

Mettre le problème sous forme standard et le résoudre. Interpréter le résultat. *(4/20)*

Exercice 2 : affectation de fréquences *(9/20)*

Dans un réseau de téléphonie cellulaire TDMA, chaque cellule gère plusieurs fréquences, et chaque fréquence supporte un nombre T de canaux (typiquement, $T = 8$). Les fréquences possibles sont supposées régulièrement espacées et peuvent donc être représentées par des entiers variant de 1 à Z, le nombre de fréquences permises. Il existe N cellules numérotées de 1 à N. La matrice de compatibilité est une matrice carrée $N \times N$ symétrique $\mathbf{C} = (c_{ij})$ contenant des entiers non négatifs. Pour tous couples de fréquences p et q assignées respectivement aux cellules i et j, on doit avoir :

$$|p - q| \geq c_{ij}$$

On définit $f_{i,p}$ un nombre binaire qui vaut 1 si la fréquence p est assignée à la cellule i, et qui vaut 0 dans le cas contraire. On suppose pour simplifier que la dégradation engendrée par un couple de fréquences p et q incompatibles est proportionnelle à la quantité

$$c_{ij} - |p - q|$$

2.1 Proposer une fonction objectif qui permette de minimiser globalement les dommages dus aux interférences dans le réseau.

2.2 Dans le cadre d'une optimisation par algorithmes évolutionnaires, proposer une représentation pour les individus de la population. Choisir un codage le plus simple possible.

2.3 En fonction de la représentation choisie, proposer un opérateur de mutation et un opérateur de croisement. Choisir là aussi les opérateurs les plus simples possibles et qui donnent des individus respectant les contraintes du problème.