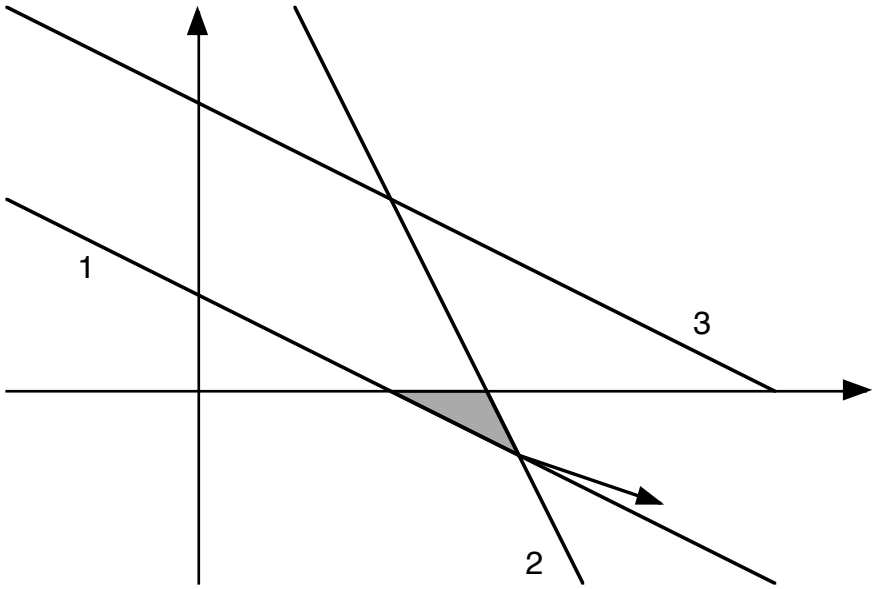
MO21 Corrigé du CCE2 du 9 mai 2005

Exercice 1 : programmation linéaire (12/20)



1.2.1. :

$X_1 = x_1$
$X_2 = - x_2$

Le problème devient :

minimiser : $z = X_1 - 3 X_2$
sous les contraintes :

$$\begin{aligned} X_1 - 2X_2 &\geq 1 \\ 2X_1 - X_2 &\leq 3 \\ -X_1 + 2X_2 &\geq -3 \\ X_1 &\geq 0 \\ X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

1.2.2. :

#	X1	X2	X3	X4	X5	X6	
6	1	-2	-1	0	0	1	1
4	2	-1	0	1	0	0	3
5	1	-2	0	0	1	0	3
	1-M	-3+2M	M	0	0	0	-M

Pivot : A(1,1) = 1

1.2.3. :

#	X1	X2	X3	X4	X5	X6	
1	1	-2	-1	0	0	1	1
4	0	3	2	1	0	-2	1
5	0	0	1	0	1	-1	2
	0	-1	1	0	0	-1+M	-1

Pivot : A(2,2) = 3

#	X1	X2	X3	X4	X5	X6	
1	1	0	1/3	2/3	0	-1/3	5/3
2	0	1	2/3	1/3	0	-2/3	1/3
5	0	0	1	0	1	-1	2
	0	0	5/3	1/3	0	-5/3+M	-2/3

1.2.4. :

```
Z  = 2/3
X1 = 5/3                        X3 = 0
X2 = 1/3                        X4 = 0
X5 = 2                          X6 = 0
```

Exercice 2 : affectation de fréquences par recuit simulé (8/20)

2.1. écrire un algorithme d'affectation de fréquences utilisant la méthode du recuit simulé.

Modélisation par un problème de coloration de graphes : les couleurs des sommets sont les fréquences

Soit $f(\mathbf{G}, \mathbf{C})$ la mesure de violation des contraintes, avec **G** le graphe et **C** la coloration

Construire une coloration initiale **C** avec **DSATUR** telle que $f(\mathbf{G}, \mathbf{C}) = 0$

Tant que $f(\mathbf{G}, \mathbf{C}) = 0$

Modifier la couleur du sommet ayant la couleur la plus élevée telle que la mesure de violation des contraintes soit minimale

Minimiser $f(\mathbf{G}, \mathbf{C})$ par recuit simulé

Fin Tant que

2.2. Pour cela définir la fonction énergie qui doit être minimisée.

Il s'agit de la mesure de violation des contraintes :

$$f(\mathbf{G}, \mathbf{C}) = \sum_{(u, v) \in \mathbf{E}} \max(0, t(u, v) - |c(u) - c(v)|)$$

avec

E : l'ensemble des commets de **G**,
$t(u, v)$ la valuation de l'arc (u, v) s'il existe,
$c(u)$: la coloration du sommet u.

2.3. Définir une transformation élémentaire dans l'espace des configurations.

Un sommet du graphe change de couleur

2.4. Indiquer dans quelle(s) condition(s) une transformation élémentaire peut être acceptée.

Si la transformation diminue $f(\mathbf{G}, \mathbf{C})$, elle est acceptée, sinon, elle est acceptée avec la probabilité p_a :

$$p_a = \exp(- \Delta f / T)$$

avec T : la température

2.5. Donner une méthode permettant de construire la configuration initiale sur laquelle le recuit simulé est appliqué.

Méthode DSATUR

2.6. A quel moment en théorie, dans le déroulement de l'algorithme, la température devrait-elle être réduite ?

Lorsque la distribution des états d'énergie à la température T est une distribution de Boltzmann