Institut National des Télécommunications 14 mars 2006

MO21 — contrôle de connaissances écrit

Durée : 1 heure 30 mn Tous documents distribués en cours autorisés

---

Exercice 1 : optimisation non linéaire (15 minutes, 3 pts)

1.1. Quelle(s) méthode(s) d'optimisation non linéaire nécessite(nt) le calcul du Hessien ?

1.2. On veut approcher le minimum de la fonction $f : \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}$

Les méthodes d'optimisation non linéaire présentées en cours permettent de construire une suite de points $\mathbf{x}^{(k)}$ dans $\mathbf{R}^N$ dont la limite est (lorsqu'il y a convergence) la solution exacte du problème. On note $\mathbf{x}^{(0)}$ le vecteur initial.

Quelle est, si on utilise la méthode du gradient conjugué, la direction du vecteur $\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}$ lorsque $k = 0$?

1.3. Soit **A** une matrice carrée de taille N à coefficients réels. Soit **b** un vecteur de taille N à coefficients réels. Soit **x** le vecteur solution du système linéaire

$$\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}\,.$$

Quelle fonction suffit-il de minimiser pour résoudre ce système linéaire ?

Exercice 2 : algorithmes évolutionnaires (25 minutes, 4 pts)

Définition d'un opérateur de croisement en représentation réelle.

Soient deux individus **x** et **y** appartenant à $\mathbf{R}^n$, Un descendant **z** du croisement de **x** et **y** est obtenu par l'expression : $z_i = \alpha_i\, x_i + (1 - \alpha_i)\, y_i$, pour tout $i \in [1, n]$, où

- z_i , x_i , y_i sont les i-èmes composantes de **z**, **x** et **y**, respectivement,
- α_i est un nombre aléatoire appartenant à l'ensemble $\{-1, 0, 1, 2\}$.

2.1. Représenter graphiquement les descendants possibles de deux individus **x** et **y** appartenant à un domaine rectangulaire de $\mathbf{R}^2$, tel que le segment (**x**, **y**) ne soit pas parallèle aux axes.

2.2. Montrer que ce croisement est une généralisation du croisement par échange de composantes.

2.3. Que se passe-t-il si les deux individus **x** et **y** sont confondus ?

2.4. Décrire un type de fonction objective pour laquelle ce croisement pourrait se montrer très efficace. Expliquer pourquoi.

Exercice 3 : programmation linéaire (50 minutes, 13 pts)

T..S.V.P →

Soit le programme linéaire suivant à résoudre selon la méthode du simplexe :

Minimiser $z = x_1 + 2\,x_2$

sous les contraintes :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2 \\ 2\,x_1 + x_2 \geq 4 \\ -2\,x_1 + 2\,x_2 \geq -1 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

3.1. Mettre le problème sous forme standard. (6 pts)

3.2. Effectuer deux étapes de normalisation-réduction. (5 pts)

3.3. Interpréter le résultat obtenu. Dire si le critère d'arrêt est vérifié. Que constatez-vous sur la valeur de z, et quelle est votre conclusion ? (3 pts)

T..S.V.P →