Corrigé du CCE1 MO21 du 16 janvier 2006

Exercice 1

1.1. modélisation mathématique

Modélisation du problème avec un graphe dont chaque sommet représente la fabrication d'une pièce, et chaque arc (i, j) représente la reconfiguration de la machine pour fabriquer la pièce *j* à partir de celle de la pièce *i*, avec le coût c_{ij}.

◊ Chaque série de pièces doit être fabriquée ⇒ passer par tous les sommets du graphe une et une seule fois ⇒ recherche d'un chemin hamiltonien, que l'on ramène à la recherche d'un circuit hamiltonien en revenant à la configuration de départ, rien n'étant dit dans l'énoncé à ce sujet.

◊ La somme des coût doit être minimale ⇒ recherche d'un circuit hamiltonien de coût minimal.

⇒ problème du voyageur de commerce non symétrique à 6 villes

1.2. deux premières étapes de la résolution

Matrice d'adjacence après annulation d'une valeur par ligne et colonne :

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	
P1:	–	2	1	5	0	1	3
P2:	2	–	2	0	1	3	4
P3:	4	0	–	5	4	3	2
P4:	8	3	4	–	0	0	1
P5:	2	0	0	0	–	8	1
P6:	0	2	2	2	2	–	4
			3				

Valeur du sommet racine de l'arbre de décision : 18

Calcul des regrets :

r(P1,P5) = 1	r(P2,P4) = 1	r(P3,P2) = 3
r(P4,P5) = 0	r(P4,P6) = 1	r(P5,P2) = 0
r(P5,P3) = 1	r(P5,P4) = 0	r(P6,P1) = 4

Choix de l'arc correspondant au regret maximum : (P6, P1) :
⇒ valeur du sommet "non choix de (6, 1)" dans l'arbre de décision : 22 = 18 + 4

Evalution du choix de l'arc (6, 1) :

Circuit de longueur 2 : (1, 6) supprime

Matrice d'adjacence apres réduction, suppression des circuits et annulation d'une valeur par ligne et colonne :

	2	3	4	5	6
1:	2	1	5	0	∞
2:	–	2	0	1	3
3:	0	–	5	4	3
4:	3	4	–	0	0
5:	0	0	0	–	8

Valeur du sommet (choix de 6, 1) : 18 = 0 + 18

Choix du nouveau sommet de séparation de valeur minimale ; sommet (6, 1)

---

r(1,5) = 1 r(2,4) = 1 r(3,2) = 3
r(4,5) = 0 r(4,6) = 3 r(5,2) = 0
r(5,3) = 1 r(5,4) = 0

Arc correspondant au regret maximum : (3, 2)
⇒ valeur du sommet "non choix de (3, 2)" dans l'arbre de décision : 21 = 18 + 3

Evalution du choix de l'arc (3,2) :

circuit de longueur 2 : (2,3) supprimé

Matrice d'adjacence apres réduction et suppression des circuits et annulation d'une valeur par ligne et colonne :

	3	4	5	6
1:	1	5	0	–
2:	~~2~~	0	1	3
4:	4	–	0	0
5:	0	0	–	8

Valeur du sommet "choix de (3, 2)" : 18 = 0 + 18

Exercice 2

2.1. Changement de variable et forme standard

On pose $y_1 = x_1$, et $y_2 = -x_2$, le problème devient :

Maximiser $z = 4\,y_1 - 5\,y_2$

sous les contraintes :

$$\begin{cases} 2\,y_1 - 2\,y_2 \geq -1 \\ 3\,y_1 - 5\,y_2 \leq -1 \\ 5\,y_1 - 3\,y_2 \leq 1 \\ y_1 \geq 0 \\ y_2 \geq 0 \end{cases}$$

		y1	y2	y3	y4	y5	y6	
	y3	-2	2	1	0	0	0	1
× M	y6	-3	5	0	-1	0	1	1
	y5	5	-3	0	0	1	0	1
		4-3M	-5+5M	0	-M	0	0	M

Pivot : A(2,2) = 5

2.2. Deux étapes de normalisation-réduction

	y1	y2	y3	y4	y5	y6	
y3	-4/5	0	1	2/5	0	-2/5	3/5
y2	-3/5	1	0	-1/5	0	1/5	1/5
y5	16/5	0	0	-3/5	1	3/5	8/5
	1	0	0	-1	0	1-M	1

Pivot : A(3,1) = 16/5

	y1	y2	y3	y4	y5	y6	
y3	0	0	1				1
y2	0	1	0				1/2
y1	1	0	0				1/2
	0	0	0	-13/16	-5/16	13/16-M	1/2

2.3. Interprétation et critère d'arrêt

Critère d'arrêt vérifié

$Z = -1/2,\quad y1 = 1/2,\quad y2 = 1/2,\quad y3 = 1,\quad y4 = 0,\quad y5 = 0,\quad y6 = 0$

$Z = -1/2,\quad x1 = 1/2,\quad x2 = -1/2,\quad x3 = 1,\quad x4 = 0,\quad x5 = 0,\quad x6 = 0$