Institut National des Télécommunications 16 avril 2007

# MO21 — contrôle de connaissances écrit

Durée : 1 heure 30 mn Tous documents distribués en cours autorisés

---

**Exercice 1** (14 pts)

Soit le programme linéaire suivant :
Minimiser $z = x_1 + 2\,x_2$
Sous les contraintes :

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &\le 3 \\ 2\,x_1 + x_2 &\ge 3 \\ x_1 - 4\,x_2 &\ge -3 \end{aligned}$$

Question 1.1 : expliquer pourquoi la méthode du simplexe exige que les variables en base soient positives et pourquoi les autres variables sont nécessairement nulles. (2 pts)

Question 1.2 : montrer (sans résoudre le programme) qu'il existe une ou plusieurs variables qui peuvent prendre des valeurs négatives dans le domaine réalisable. Remplacer chacune de ces variables $x_i$ par $x'_i - x''_i$ en donnant les conditions que doivent respecter $x'_i$ et $x''_i$. Ecrire le nouveau programme. (2 pts)

Question 1.3 : mettre le nouveau programme sous forme standard (4 pts)

Question 1.4 : effectuer 2 étapes de normalisation-réduction (4 pts)

Question 1.5 : interprétation des résultats, dire si le critère d'arrêt est vérifié (2 pts)

**Exercice 2** (6 pts)

Un opérateur international de télécommunications est propriétaire d'un câble transatlantique offrant un débit de 1,4 Tb par seconde. Ses clients sont des opérateurs locaux qui achètent un débit moyen au mois. Pour cela, un système d'enchères est mis en place : chaque opérateur local exprime ses besoins en débit et propose un prix d'achat associé. L'opérateur international indique en réponse les opérateurs qu'il retient de façon à maximiser ses revenus tout en respectant le débit maximal qu'il peut écouler. Ce processus est réitéré jusqu'à la fin de l'enchère.

Question 2.1 : dans le cadre de l'automatisation de ce processus, proposer un algorithme parmi ceux qui ont été présentés dans le cadre de MO21, permettant de choisir les opérateurs locaux dont la candidature est retenue à une étape de l'enchère. (2 pts)

Question 2.2 : effectuer une démonstration de cet algorithme sur les données suivantes pour 6 opérateurs locaux A, B, C, D, E et F. On note d(X) et o(X) respectivement le débit demandé et l'offre effectuée par l'opérateur X. On travaille avec les données suivantes :

d(A) = 0,2 Tb/s ; o(A) = 3 d(B) = 0,6 Tb/s ; o(B) = 8 d(C) = 0,2 Tb/s ; o(C) = 4

d(D) = 0,4 Tb/s ; o(D) = 5 d(E) = 0,2 Tb/s ; o(E) = 2 d(F) = 0,4 Tb/s ; o(F) = 6