MO21 : corrigé du CF2

Question 1.1 :
Les solutions réalisables sont dans le polytope défini par $x_i \geq 0$
Les variables hors base doivent être fixées à zéro pour qu'une solution se situe sur un sommet du polytope défini par l'intersection de n hyperplans d'équations $x_i = 0$ dans un espace de dimension n.

Question 1.2 :
En fixant x_1 à 0, on obtient : $x_2 \geq -3$ et $x_2 \geq 3$ et $x_2 \leq 3/4$
Il n'existe pas de solution : aucun point de la droite $x_1 = 0$ n'appartient au polygone des solutions réalisables, s'il existe. Par conséquent, x_1 est soit strictement positif en tout point du polygone réalisable, soit strictement négatif en tout point du polygone.

En fixant x_2 à 0, on obtient : $x_1 \leq 3$ et $x_1 \geq 3/2$ et $x_1 \geq -3$
Il existe des solutions lorsque x_1 est positif : l'intersection de la droite $x_2 = 0$ et du polygone des solutions réalisables est non vide. Cette droite n'est pas une frontière du domaine réalisable. Par conséquent il existe des valeurs de x_2 négatives dans le domaine réalisable.

Par conséquent on pose : $x_1 = X1$ et $x_2 = X2 - X3$
avec X1 >= 0, X2 >= 0 et X3>= 0

Question 1.3 : Minimiser :

z = X1 + 2 X2 - 2 X3
Sous les contraintes
X1 - X2 + X3 <= 3
2 X1 + X2 - X3 >= 3
X1 - 4 X2 + 4 X3 >= -3

mise sous forme standard :

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	
4	1	-1	1	1	0	0	0	3
7	2	1	-1	0	-1	0	1	3
6	-1	4	-4	0	0	1	0	3
	1-2M	2-M	-2+M	0	M	0	0	-3M

Question 1.4 :
==========

Etape : 1
Pivot : A(2,1) = 2

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	
4	0	-3/2	3/2	1	1/2	0	-1/2	3/2
1	1	1/2	-1/2	0	-1/2	0	1/2	3/2
6	0	9/2	-9/2	0	-1/2	1	1/2	9/2
	0	3/2	-3/2	0	1/2	0	-1/2+M	-3/2

```
================================================================
Etape : 2
Pivot : A(1,3) = 3/2

        X1      X2      X3      X4      X5      X6      X7
  3      0      -1       1     2/3     1/3       0    -1/3       1
  1      1       0       0     1/3    -1/3       0     1/3       2
  6      0       0       0       3       1       1      -1       9
         0       0       0       1       1       0   -1+M       0

================================================================
```

Question 1.5 :
Critère d'arrêt vérifié car tous les coefficients du gradient sont positifs

Interprétation :
X1 = 2 => x1 = X1 = 2
X3 = 1 => x2 = X2 - X3 = -1
X6 = 9
X2 = X4 = X5 = X7 = 0

Z = 0

Exercice 2 :

Question 2.1 : il s'agit du problème du sac à dos qu'on résoudra de façon exacte par une méthode de programmation dynamique. Pour optimiser la résolution, les débits sont multipliés par 5.

Question 2.2 : tableaux de résolution :

```
Débit max * 5 : 7
opérateurs : A  B  C  D  E  F
offre      : 3  8  4  5  2  6
débit * 5  : 1  3  1  2  1  2
choisis    : *  *  *        *
Débit total * 5 = 7

      0   1   2   3   4   5   6   7
-------------------------------------
 A :  0   3*  3   3   3   3   3   3
 B :      3   3   8  11* 11  11  11
 C :          7   8  12  15* 15  15
 D :              12  15  17  20
 E :                  15      20
 F :                          21*
```