INSTITUT NATIONAL DES TELECOMS

TELECOM INT

CONTRÔLE DE CONNAISSANCES

MODULE : THEORIE DE L'INFORMATION **DATE : 4 FEVRIER 2003**

DUREE : 1 HEURE 30 **COORDONNATEUR : M. URO**

DOCUMENTATION : LE FORMULAIRE JOINT A L'EXCLUSION DE TOUT AUTRE DOCUMENT

- ECRIRE LISIBLEMENT ET SOIGNER LA PRESENTATION
- JUSTIFIER VOS RESULTATS

EXERCICE 1

On considère le code linéaire systématique décrit par le tableau ci-dessous :

mots source	mots code
000	?00 ? ?
001	00101
0 ? ?	010 ? ?
011	? ?1 ?1
100	1001 ?
101	101 ?1
110	1100 ?
111	111 ? ?

1. Remplacer les « ? » par les éléments binaires manquant (« 0 » ou « 1 »).

2. Expliciter la matrice génératrice et la matrice de contrôle.

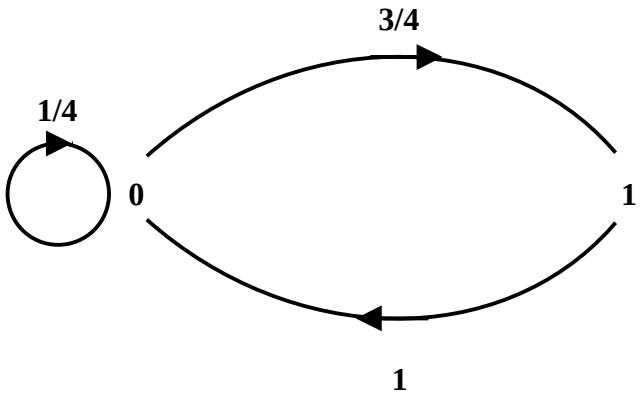
3. Quel est le nombre maximum de configurations d'une erreur que l'on peut corriger en utilisant une table de décodage associée à la matrice de contrôle ?

4. Peut-on construire une table de décodage permettant de corriger une erreur sur n'importe lequel des trois bits d'information ?

5. Peut-on construire une table de décodage capable de corriger une erreur sur n'importe lequel des bits de contrôle ?

EXERCICE 2

On considère une source binaire S modélisée par une chaîne de Markov de graphe :



Le débit binaire de S est $D_S = 2$ Mbits/sec .

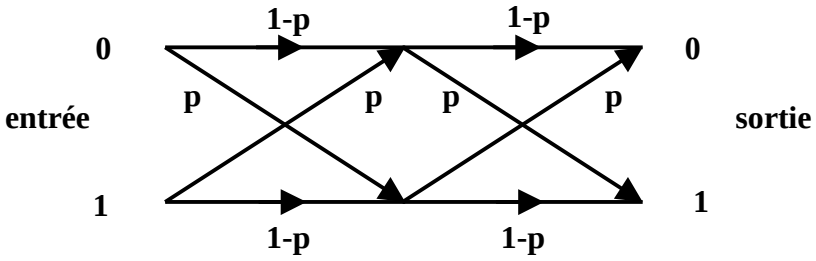
1. Quel est le débit d'entropie de S ?

2. On souhaite transmettre le contenu de S par le biais d'un canal binaire symétrique de probabilité d'erreur $p = 10^{-2}$. Quelle doit être la valeur minimale du débit d'utilisation de ce canal si on veut satisfaire la condition du deuxième théorème de Shannon ?

3. Réaliser un codage de Huffman de l'extension d'ordre 3 de la source S. Quel est le taux de compression du débit symbole de S résultant de ce codage ?

EXERCICE 3

Calculer la capacité du canal résultant de la mise en cascade de deux canaux binaires symétriques de même probabilité d'erreur p. La sortie « 0 » (resp « 1 ») du premier canal est reliée à l'entrée « 0 » (resp « 1 ») du second canal, comme indiqué sur la figure :



FORMULAIRE

$$h(E) = -\log P\{E\} \qquad h(E \cap F) = h(E) + h(F/E)$$

$$I(E;F) = h(E) - h(E/F) = h(F) - h(F/E)$$

$$H(X) = -\sum_i p_i \log p_i \qquad H(X,Y) = -\sum_i \sum_j p_{ij} \log p_{ij}$$

$$H(X/Y) = \sum_j P\{Y = y_j\} H(X/Y = y_j)$$

$$I(X;Y) = H(X) - H(X/Y) = H(Y) - H(Y/X) = E\left[\log \frac{P(X,Y)}{P(X)P(Y)}\right]$$

$$H(X) + H(Y) = H(X,Y) + I(X;Y)$$

$$H(X,Y) = H(X) + H(Y/X) = H(Y) + H(X/Y)$$

$$H_L(U) = \frac{H(U_1,U_2,...,U_L)}{L}$$

$$H_\infty(U) = \lim_{L\to\infty} H(U_L/U_1,U_2,...,U_{L-1}) = \lim_{L\to\infty} H_L(U)$$

Inégalité de Kraft $\sum_c b^{-n(c)} \le 1$

Codage de source $\frac{H_L(U)}{\log b} \le \bar{n} < \frac{H_L(U)}{\log b} + \frac{1}{L}$

Capacité $C = \underset{\text{lois de X}}{\text{Max}}\, I(X;Y)$

Capacité d'un canal binaire symétrique $C = 1 - H_2(p)$

Matrice génératrice $G = \begin{pmatrix} Id_m \\ P \end{pmatrix}$

Matrice de contrôle $H^T = \begin{pmatrix} P & Id_{(n-m)} \end{pmatrix}$